

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

NAYANE THAIS KRESPI MUSIAL

METODOLOGIA BOX & JENKINS, MODELOS ARCH-GARCH, REDES
NEURAIS DE CAMADA RECORRENTE E ANÁLISE DE DADOS EM PAINEL NA
PREVISÃO DE SÉRIES FINANCEIRAS

CURITIBA
2016

NAYANE THAIS KRESPI MUSIAL

METODOLOGIA BOX & JENKINS, MODELOS ARCH-GARCH, REDES NEURAIS DE
CAMADA RECORRENTE E ANÁLISE DE DADOS EM PAINEL NA PREVISÃO DE SÉRIES
FINANCEIRAS

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em
Métodos Numéricos em Engenharia, na Área de
Concentração em Programação Matemática e na Linha de
Pesquisa em Métodos Estatísticos Aplicados à Engenharia
dos setores de Ciências Exatas e de Tecnologia da
Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial para
a obtenção do título de doutor.

Orientador: Prof. Anselmo Chaves Neto, Dr.

CURITIBA
2016

Musial, Nayane Thais Krespi

Metodologia Box & Jenkins, modelos arch-garch, redes neurais de camada recorrente e análise de dados em painel na previsão de séries financeiras / Nayane Thais Krespi Musial. – Curitiba, 2016.

123 f. : il., tabs.

Tese (doutorado) – Universidade Federal do Paraná, Setores de Tecnologia e de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia.

Orientador: Anselmo Chaves Neto

Bibliografia: p. 114-118

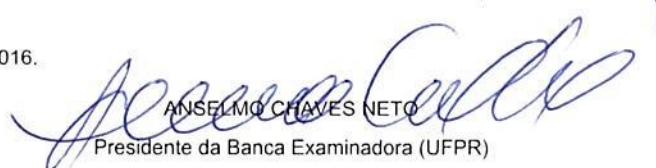
1. Previsão com metodologia de Box-Jenkins. 2. Redes neurais (Computação). I. Chaves Neto, Anselmo. II. Título.

CDD 510

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em MÉTODOS NUMÉRICOS EM ENGENHARIA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da tese de Doutorado de **NAYANE THAIS KRESPI MUSIAL** intitulada: **METODOLOGIA BOX & JENKINS, MODELOS ARCH-GARCH, REDES NEURAIS DE CAMADA RECORRENTE E ANÁLISE DE DADOS EM PAINEL NA PREVISÃO DE SÉRIES FINANCEIRAS**, após terem inquirido a aluna e realizado e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO.

Curitiba, 13 de Dezembro de 2016.



ANSELMO CHAVES NETO
Presidente da Banca Examinadora (UFPR)


REINALDO CASTRO SOUZA
Avaliador Externo (PUC-RIO)



JORGE EDUARDO SCARPIN
Avaliador Externo (UFPR)



ADRIANA KROENKE
Avaliador Externo (FURB)



LILIANA MADALENA GRAMANI
Avaliador Externo (UFPR)

Este trabalho é dedicado a todos que de alguma forma contribuíram para que eu chegasse até aqui, e também para aqueles que sempre acreditaram na minha capacidade. Aproveito para afirmar que essa conquista é apenas o início da longa caminhada!!

AGRADECIMENTOS

Agradecer é sempre muito importante, pois sozinhos nós não chegamos a lugar nenhum, e se temos conquistas para comemorar, é porque tivemos apoio e compreensão das pessoas que nos cercam. Dessa forma, os agradecimentos tornam-se imprescindíveis na comemoração de qualquer conquista.

Início agradecendo minha família, que sempre, desde que eu era muito pequena, me ensinou a ter fé, a acreditar em Deus com muita força. E, para agradecer a Deus, é justo que primeiro agradeço àqueles que a Ele me apresentaram. Obrigada Deus, pelo amparo, pelo carinho, pela força, pela simples presença em minha vida.

É muito importante para mim agradecer ao meu marido, Josué Ervin Musial, o presente que ganhei durante o doutorado. Agradeço pela confiança em mim e no meu trabalho, pelas risadas, pelas discussões acerca de nossas teses e nossas vidas, pelo carinho e pelo amor incondicional. Foi um período difícil, repleto de obstáculos e desafios, mas superamos os obstáculos um a um e passamos por todos os desafios, e o mais importante, sempre juntos. Obrigada, meu amor, simplesmente por fazer parte da minha vida.

Agora, preciso agradecer meus pais Mario Cesar Krespi (*in memoriam*) e Marisa Gartner Krespi, pela paciência e pela compreensão desprendida a mim nesse período. Foram muitas as ausências, muitas as faltas, muita a correria, mas vocês estavam sempre ali, para me ajudar e me socorrer. Muitas vezes foi tão difícil, mas vocês sempre me mostravam determinação e convicção de que tudo se resolveria. Obrigada pai e mãe, pelos abraços, pelos conselhos, pela dedicação, pela simples presença em minha vida.

Agradeço também a meu tio, Jairo Gartner, sempre mais que presente. Também por toda a motivação, por todas as caronas, hospedagens, almoços, etc. É sempre bom ter alguém com quem contar nas horas difíceis. Obrigada tio, principalmente pela simples presença em minha vida.

Agradeço a todos os meus amigos, que me apoiaram e me compreenderam durante esse período. Sei que durante esse período fui uma amiga ausente, nunca tinha tempo para conversar, para sair, enfim, não tinha tempo para ser amiga. Mas, mesmo assim vocês sempre estiveram por perto (nem que fosse de forma virtual), me dando força. Obrigada a vocês, por todos os momentos vividos e pela simples presença em minha vida.

Agradeço a Universidade Federal do Paraná - UFPR, especialmente ao Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia - PPGMNE, pela confiança

depositada em mim desde o começo da jornada. Aproveito ainda para agradecer ao Jair dos Anjos Silva, secretário do PPGMNE, por prontamente me ajudar sempre que necessário, e olha que forma muitas vezes! Obrigada UFPR, PPGMNE e Jair, sem o apoio e a confiança de vocês eu não teria chego até aqui.

Agradeço a todos os professores que durante este percurso estiveram dispostos a me ajudar. Alguns professores, por algum motivo, são mais próximos do que os demais. Para esses professores um agradecimento ainda mais especial. Início pelo meu orientador, professor Anselmo Chaves Neto, sem o qual a jornada não teria nem começado. Professor Anselmo, preciso ser sucinta, então só me resta dizer obrigada. Obrigada pelas explicações, pelas aulas, pela paciência, pela compreensão, pela confiança, pela oportunidade, pelas ideias, pelos conselhos, efim, obrigada por tudo!

É justo agradecer aos membros da banca de qualificação e de defesa, portanto obrigada à Professora Adriana Kroenke Hein, Professor Jorge Eduardo Scarpin, Professor Volmir Eugênio Wihelm, Professora Liliana Madalena Gramani e Professor Reinaldo Castro Souza, obrigada pela disponibilidade em participar das bancas e pelas considerações e sugestões sempre muito adequadas.

Agradeço aos meus companheiros de CESEC, os nossos estudos não seriam os mesmos sem vocês. Lembro de todos que por um tempo durante esse período conviveram comigo; e olha que algumas vezes é tão difícil conviver! Agradeço ao Josué, a Day, o Deidson, a Carol, o Rômulo, o Zaudir, o Sander, o Calos e a Marcia, a Cláudia, a Sara, a Vânia, a Tulipa, o Paulo, o Sandro, o Gui, a Tati e tantos outros que por algum motivo estão mais longe ou acabaram de chegar e não estão aqui nomeados. Obrigada a todos, vocês são incrivelmente especiais.

Acredito que é importante agradecer a todos os Professores que entraram recentemente na minha vida e se tornaram colegas de trabalho. São pessoas que compartilham comigo problemas e angústias, mas que também compartilham alegrias, conquistas e vitórias. Obrigada Professores do DECONT da UFPR por serem generosos comigo no início dessa jornada profissional.

OBRIGADA A TODOS!!!!!!

"Erra, por certo, gravemente, aquele que hesita em perdoar; erra, entretanto, muito mais ainda aos olhos de Deus, aquele que condena sem hesitar." Malba Tahan

"A vida é para quem topa qualquer parada, e não para quem para em qualquer topada." Bob Marley

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo avaliar qual o melhor modelo de previsão do preço das ações da carteira teórica composta pelas empresas integrantes do IBrX-50 entre as técnicas: análise de séries temporais, modelos ARCH-GARCH, redes neurais de camada recorrente ou análise de dados em painel. O ineditismo do trabalho consiste em utilizar o modelo multivariado de análise de dados em painel para prever um conjunto de séries temporais univariadas. Para isso pesquisou-se a literatura relacionada aos modelos de previsão, bem como aquela que tange o mercado acionário e seu mecanismo de funcionamento, foram ainda descritos alguns estudos já realizados nessa área. Em relação aos procedimentos metodológicos foram pesquisadas 20 empresas componentes do índice IBRX-50 listadas na BM&FBovespa desde ao menos 2014 até 2016. A variável utilizada em todas as análises foi o preço de diário de fechamento da ação (portanto dados diários) e o período de análise inicia em 02/01/2004 e encerra em 31/08/2016, sendo que o mês de agosto de 2016 foi destinado às previsões. Ao fazer as previsões com os modelos ARIMA evidenciou-se erros bastante altos, indicando que este modelo não é adequado para a previsão de séries financeiras. Com o intuito de melhorar os resultados encontrados, realizou-se as previsões utilizando modelos ARCH-GARCH e os resultados encontrados melhoraram bastante e passaram a ser satisfatórios. Em relação as previsões utilizando redes de Elman, encontrou-se resultados satisfatórios, tanto quanto com os modelos heterocedásticos. A contribuição do trabalho está nos resultados encontrados para as previsões realizadas com o modelo multivariado de dados em painel. Os resultados foram promissores, melhores do que aqueles encontrados com os três modelos anteriores. Este resultado evidencia que com menos trabalho e de forma mais rápida é possível alcançar previsões mais próximas dos preços observados, o que corrobora com a teoria de Markovitz que prevê a diversificação das carteiras. Em resumo é possível afirmar, que com a realização deste estudo, mostrou-se que o modelo de Dados em Painel foi mais eficiente para prever o preço das ações das empresas analisadas.

Palavras-chave: ARIMA. ARCH-GARCH. Redes de Elman. Dados em Painel. Preço de ações. Modelo de Markovitz.

ABSTRACT

The objective of this work is to evaluate the best predictive model of the stock price of the theoretical portfolio composed by the companies integrating IBrX-50 among the techniques: time series analysis, ARCH-GARCH models, recurrent layer neural networks or data analysis On panel. The novelty of the work is to use the multivariate model of panel data analysis to predict a set of univariate time series. In order to do this, the literature related to forecasting models, as well as those related to the stock market and its mechanism of operation, were also described. In relation to the methodological procedures, 20 companies were included in the IBRX-50 index listed on the BM&FBovespa from at least 2014 until 2016. The variable used in all analyzes was the stock closing daily price (thus daily data) and the analysis begins on 01/02/2004 and ends on 08/31/2016, and the month of august 2016 was destined to the forecasts. When making the forecasts with the ARIMA models it was evidenced quite high errors, indicating that this model is not suitable for the prediction of financial series. In order to improve the results found, the predictions were made using ARCH-GARCH models and the results found improved and became satisfactory. Regarding the predictions using Elman networks, satisfactory results were found, as well as with the heterocedastic models. The contribution of the work is in the results found for the predictions made with the multivariate panel data model. The results were promising, better than those found with the three previous models. This result shows that with less work and faster it is possible to reach forecasts closer to observed prices, which corroborates Markovitz's theory of portfolio diversification. In summary, it is possible to affirm that with the accomplishment of this study, it was shown that the Panel Data model was more efficient to predict the stock price of the analyzed companies.

Keywords: ARIMA. ARCH-GARCH. Neural Networks. Panel Data. Stock price. Markovitz model.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Fatores que influenciam o preço da ação	24
Figura 2 – Objetivos da análise de séries temporais.....	26
Figura 3 – Séries temporais estacionárias e não estacionárias	28
Figura 4 – Filtro linear.....	29
Figura 5 – Etapas para construção de um Modelo ARIMA	38
Figura 6 - Limitações dos Modelos ARCH	42
Figura 7 – Neurônio biológico.....	47
Figura 8 – Neurônio artificial	48
Figura 9 – Rede <i>feed-forward</i> de única camada e de múltipla camada	50
Figura 10 – Rede recorrente	51
Figura 11 – Rede recorrente de Elman	52
Figura 12 – Metodologia de treinamento da rede recorrente de Elman	54
Figura 13 – Resumo da coleta dos dados, variável analisada e período de análise.....	68
Figura 14 – Gráficos das séries temporais usadas na pesquisa	71
Figura 15 - Treinamento da Rede de Elman no MatLab	93
Figura 16 - Gráfico de validação cruzada.....	94
Figura 17 - Comparação entre as formas de previsão	105

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Definições de formas de eficiência.....	23
Quadro 2 – Passos para o processo de identificação do modelo adequado.....	38
Quadro 3 – Tipos de função de ativação	49
Quadro 4 – Tipos de aprendizagem das RNA's	51
Quadro 5 – Descrição da população da pesquisa	66
Quadro 6 – Amostra da pesquisa	67
Quadro 7 – Descrição das empresas pesquisadas.....	70
Quadro 8 - Parâmetros utilizados na Rede de Elman	91

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Critérios de escolha dos Modelos ARIMA.....	74
Tabela 2 - Previsões dos Modelos ARIMA	78
Tabela 3 - Erros das Previsões dos Modelos ARIMA	81
Tabela 4 - Critérios de escolha dos Modelos ARCH-GARCH.....	83
Tabela 5 - Previsões dos Modelos ARCH-GARCH	87
Tabela 6 - Erros das Previsões dos Modelos ARCH-GARCH	90
Tabela 7 - Previsões dos Modelos usando Rede de Elman.....	96
Tabela 8 – Erros das Previsões dos Modelos usando Rede de Elman	98
Tabela 9 - Testes do Painel	99
Tabela 10 - Painel de Efeitos Fixos	100
Tabela 11 - Previsões do Modelo de Dados em Painel.....	101
Tabela 12 - Erros das Previsões do Modelos de Dados em Painel	104
Tabela 13 - Comparação dos erros	109

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	PROBLEMA DE PESQUISA	16
1.2	QUESTÃO DE PESQUISA	17
1.3	OBJETIVOS	18
1.3.1	Objetivo Geral.....	18
1.3.2	Objetivos Específicos	18
1.4	JUSTIFICATIVA PARA ESTUDO DO TEMA.....	18
1.5	DELIMITAÇÕES DA PESQUISA.....	19
1.6	ESTRUTURA DO TRABALHO.....	20
2	REFERENCIAL TEÓRICO	22
2.1	MERCADO DE CAPITAIS	22
2.2	CARTEIRA DE AÇÕES.....	24
2.3	SÉRIES TEMPORAIS - METODOLOGIA BOX & JENKINS	26
2.3.1	Conceitos anteriores a Metodologia Box & Jenkins.....	27
2.3.1.1	Modelos Estocásticos e Determinísticos	27
2.3.1.2	Modelos Estocásticos Estacionários e Não-Estacionários.....	28
2.3.1.3	Modelo de Filtro Linear.....	29
2.3.1.4	Autocorrelação.....	30
2.3.2	Modelos Autorregressivos	31
2.3.3	Modelos de Média Móvel	34
2.3.4	Modelos Mistos Autorregressivos - Média Móvel	35
2.3.5	Modelos Não Estacionários	35
2.3.6	Modelos Sazonais	37
2.3.7	Modelagem de Séries Temporais	38
2.3.7.1	Identificação do Modelo.....	38
2.3.7.2	Estimativa dos Parâmetros do Modelo	39
2.3.7.3	Verificação do Modelo	39
2.3.7.4	<i>Forecasting</i>	40
2.4	MODELOS ARCH	40
2.4.1	Detecção do Efeito ARCH.....	43
2.4.2	Estimação e Previsão de Modelos ARCH.....	44
2.5	MODELOS GARCH	44
2.5.1	Estimação e Previsão de Modelos GARCH	46
2.6	REDES NEURAIS DE CAMADA RECORRENTE	46
2.6.1	Funções de Ativação	48

2.6.2	Topologia das RNA's	49
2.6.3	Aprendizado das RNA's.....	51
2.6.4	Redes Recorrentes de Elman	52
2.7	ANÁLISE DE DADOS EM PAINEL	54
2.7.1	Modelo de Regressões Aparentemente Não-Relacionados (SUR)	56
2.7.2	Modelo de Efeitos Fixos	57
2.7.3	Modelo de Efeitos Aleatórios	59
2.8	TRABALHOS ANTERIORES.....	61
3	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	65
3.1	DELINEAMENTO DA PESQUISA	65
3.2	POPULAÇÃO E AMOSTRA.....	66
3.3	PROCEDIMENTOS DE COLETA DE DADOS	67
3.4	PROCEDIMENTOS E ANÁLISE DE DADOS.....	68
4	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	70
4.1	CARACTERIZAÇÃO DAS EMPRESAS ANALISADAS	70
4.2	RESULTADOS DOS MODELOS ARIMA.....	74
4.3	RESULTADOS DOS MODELOS ARCH-GARCH.....	82
4.4	RESULTADOS DOS MODELOS UTILIZANDO REDE DE ELMAN	91
4.5	RESULTADOS DO MODELO DE DADOS EM PAINEL	99
4.6	COMPARAÇÃO DOS ERROS.....	105
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	112
	REFERÊNCIAS	115
	APÊNDICE A - CÓDIGO MATLAB PARA REDE DE ELMAN E DADOS DO BANCO DO BRASIL	120

1 INTRODUÇÃO

O desenvolvimento das sociedades está intimamente relacionado com o mercado financeiro, visto que é por meio de seus componentes que a transferência de recursos é viabilizada. Os mercados acionários constituem uma subdivisão importante do mercado de capitais, pois executam tarefas vitais na economia, como por exemplo auxílio no processo de alocação de recursos financeiros, oportunidades de investimentos para agentes superavitários, e oportunidades de obtenção de capital para empresas que têm projeto de investimento com valor presente líquido positivo (BRUNI, 1998).

A forma de ação dos investidores, bem como o funcionamento do mercado acionário sempre foram relevantes e constantes temas de pesquisa. Nesse sentido, a Teoria de Finanças sofreu alterações profundas com o passar do último meio século. Nesse processo de evolução, a teoria em questão incorporou técnicas e expressões exóticas, aparentemente incomum ao mercado financeiro, como por exemplo: redes neurais, teoria do caos, fractais e algoritmos genéticos. Sendo assim, observa-se que as ciências exatas, como a matemática e a física, ligam-se cada vez mais aos estudos financeiros (BRUNI, 1998).

No mercado de capitais, as ações proporcionam aos investidores participação proporcional no fluxo de caixa da empresa, ou seja, a empresa se compromete a pagar, de forma periódica, dividendos proporcionais ao seu portador. Este mercado é interessante para a empresa, visto que a movimentação de ações no mercado (emissão e venda) permite que esta capte recursos financeiros e aplique em investimentos produtivos (ANTUNES; PROCIANOY, 2002).

Destaca-se ainda, que o mercado está todo o tempo fornecendo informações acerca do preço dos títulos negociados, objetivando garantir a transparência e equidade destas aos investidores. Logo, permeia essa divulgação, de forma indireta, informações sobre as perspectivas futuras da empresa, vista pelos olhos do mercado, já que esse tipo de informação sempre reflete no preço das ações negociadas (BRUNI, 1998).

Dentre as ideias que circundam o mercado acionário, a de diversificação parece a menos óbvia. Entretanto, conforme Markowitz (1952) afirma em sua teoria, o risco é um fator inerente às decisões de investimento, e portanto deve-se diversificar esses investimentos com o intuito de aumentar os retornos e diminuir os riscos da melhor

forma possível. É nesse contexto que emerge a teoria dos portfólios, que é definida como uma carteira de títulos diversificados.

1.1 PROBLEMA DE PESQUISA

Vários estudos já foram realizados na área de mercado de capitais e previsão de preço de ações. Por exemplo, Sharpe (1963) efetuou uma pesquisa que investigou quais as vantagens do uso de um determinado modelo para analisar a relação dos retornos. Em outras palavras, foi um dos primeiros trabalhos que aplicou a teoria de portfólios desenvolvida pouco antes por Markowitz e a utilizar programas computacionais capazes de analisar esses modelos.

Desde esse período, até o estudo de Bruni (1998), muito se pesquisou, desenvolveu e modificou. Com uma gama maior de recursos à disposição, tanto em relação à velocidade e volume de informações, quanto no que diz respeito a tecnologia computacional. Nesta pesquisa, o autor analisou o comportamento das ações de um grupo de empresas por meio da aplicação de regressões.

Pouco depois, Antunes e Procianoy (2002) publicam um trabalho que visou fornecer evidências do impacto das decisões de investimento das empresas no preço das ações de mercado. Ou seja, já não basta mais fazer previsões consistentes ou analisar modelos, já é importante verificar que impacto essas previsões e modelos causam nas empresas e nos investidores.

Já em 2008, Figueiredo apresentou um estudo cujo foco era analisar qual técnica era mais eficiente para realizar previsões de séries temporais, desta vez, não séries financeiras, mas sim séries que descreviam as vendas de determinada empresa. A novidade neste estudo é a comparação entre o clássico e o contemporâneo, ou seja, qual modelo se adequaria mais para fazer previsão, o clássico Box & Jenkins, ou o contemporâneo redes neurais de base radial. Como a tecnologia evoluiu notadamente com o passar dos anos, o modelo contemporâneo se mostrou mais adequado.

Como evolução do trabalho acima citado, Scarpin (2012) expôs em seu estudo uma nova comparação entre o modelo clássico e o contemporâneo, também para uma série temporal de vendas. Porém, já não bastava fazer só isso, então neste caso o autor foi estudar onde aconteciam rupturas (quebras) no estoque e sugeriu uma métrica que minimizasse esse problema.

Já em 2014, Leite volta a abordar o mercado financeiro, propondo algo novo em sua dissertação, a ideia era mesclar coisas diferentes, ou seja, analisar o comportamento de incorporar indicadores técnicos ao modelo de Markowitz. E mais uma vez, o inédito surpreende, provavelmente em função da tecnologia de mais de meio século depois ser superior. Portanto, o modelo híbrido (mesclado) apresentou desempenho superior ao modelo clássico.

Nesse mesmo ano, Franco e Steiner (2014), permanecendo no mercado acionário, pesquisaram qual o melhor tipo de modelo contemporâneo para realizar previsões de séries temporais financeiras. Dentre vários tipos de redes neurais existentes, o objetivo era analisar qual realiza a previsão com mais acurácia, e a rede neural de camada recorrente foi a que obteve melhor desempenho, sendo que o erro obtido nessa previsão foi muito pequeno.

Então, para o presente estudo optou-se por utilizar quatro modelos de previsão de séries temporais para analisar os preços das ações de um conjunto de empresas nos últimos anos. Ainda optou-se por fazer uma pesquisa, para analisar se a previsão univariada é melhor em relação à previsão multivariada. Já que a teoria diz que a diversificação é uma prática recomendada para diminuir os riscos, será que não é importante realizar a previsão de forma diversificada também? A ideia de fazer a previsão considerando a diversificação proposta em uma carteira teórica, é justamente para captar informações que individualmente a série não traria ou seria muito difícil mensurar.

Neste sentido, deve-se destacar o ineditismo do presente estudo, que reside justamente na utilização de um modelo multivariado, análise de dados em painel, para realizar a previsão de séries financeiras univariadas. Com o objetivo de mostrar que esse modelo multivariado, de fato apresenta resultados mais satisfatórios na previsão de preço de ações, comparou-se os resultados obtidos com valores previstos por modelos univariados considerados clássicos para esse tipo de previsão.

1.2 QUESTÃO DE PESQUISA

Com base no que foi abordado no capítulo anterior, apresenta-se a questão que norteia a presente pesquisa “Qual o melhor modelo de previsão do preço das ações da carteira teórica composta pelas empresas integrantes do IBrX-50, análise de séries

temporais, modelos ARCH-GARCH, redes neurais de camada recorrente ou análise de dados em painel?”

1.3 OBJETIVOS

Para responder a questão de pesquisa, foram elaborados um objetivo geral e cinco objetivos específicos.

1.3.1 Objetivo Geral

Avaliar qual o melhor modelo de previsão do preço das ações da carteira teórica composta pelas empresas integrantes do IBrX-50, análise de séries temporais, modelos ARCH-GARCH, redes neurais de camada recorrente ou análise de dados em painel.

1.3.2 Objetivos Específicos

- a) Prever o valor do preço da ação de cada empresa que compõe o índice IBrX-50 por meio de análise de modelos Box & Jenkins;
- b) Prever o valor do preço da ação de cada empresa que compõe o índice IBrX-50 por meio de análise de modelos ARCH-GARCH;
- c) Prever o valor do preço da ação de cada empresa que compõe o índice IBrX-50 por meio de redes neurais de camada recorrente;
- d) Prever o valor do preço das ações das 50 empresas que compõem o índice IBrX-50 por meio de análise de dados em painel;
- e) Avaliar, por meio do cálculo dos erros quadrático médio, absoluto médio e percentual absoluto médio, qual dos modelos utilizados apresenta a melhor previsão em relação ao cenário real.

1.4 JUSTIFICATIVA PARA ESTUDO DO TEMA

A importância deste estudo é destacada em relação à originalidade, a não trivialidade, a contribuição social proporcionada e a importância social. A originalidade do trabalho fica a cargo da utilização de um modelo multivariado (análise de dados em

painel) para proceder à previsão de séries temporais financeiras, que são dados univariados. A ideia de aliar um modelo à teoria de portfólios proposta em 1952 por Markowitz é inédita, visto que não encontrou-se na literatura nenhum trabalho que contemplasse essa ideia.

A não trivialidade da pesquisa encontra respaldo na forma como se fará a adaptação do modelo multivariado (análise de dados em painel). Essa adaptação ocorrerá com base em duas teorias, a teoria dos portfólios que aborda a diversificação dos investimentos com vistas a maximizar os retornos e minimizar os riscos, e o modelo de Koyck que possibilita a estimação de resultados financeiros de um período com base nos resultados dos períodos anteriores.

Por fim, a contribuição e a importância social da pesquisa residem no fato de proporcionar aos investidores maior acurácia nas previsões realizadas acerca do preço das ações. Ou seja, vai proporcionar aos investidores, confirmar na prática do dia-a-dia o que diz a teoria que sugere investimentos diversificados.

Cabe destacar ainda, que este estudo contribui para ampliar os estudos do Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia – PPGMNE da Universidade Federal do Paraná – UFPR. Especificamente, o estudo está inserido na linha de pesquisa Programação Matemática.

1.5 DELIMITAÇÕES DA PESQUISA

Destacam-se as delimitações da presente pesquisa, sendo: a) as empresas que compõem a amostra; b) o período de análise; c) os modelos utilizados para fazer as previsões; e d) a natureza exclusivamente quantitativa da pesquisa.

As empresas que compõem a amostra podem ser consideradas o primeiro fator de delimitação da pesquisa, pois engloba somente algumas empresas de muitas negociadas na bolsa de valores. Vale ressaltar ainda, que por indisponibilidade de dados, algumas empresas também foram excluídas da análise, tornando a amostra menor. Entretanto, destaca-se a relevância da amostra em função do tamanho das empresas analisadas, visto que foram utilizadas na presente pesquisa, as 50 empresas cujas ações apresentaram maior índice de negociabilidade apurados em 2014.

É possível considerar o período de análise, de 2004 a 2014, 10 anos, como outro fator delimitante da estudo. Este período foi utilizado em função da disponibilidade dos dados necessários para a realização do estudo. Como sugestão para trabalhos futuros,

recomenda-se a ampliação dos períodos analisados, inclusive para possibilitar comparações futuras com os resultados obtidos nesta pesquisa. No presente trabalho não foi possível realizar essa comparação por falta de trabalhos anteriores na área que utilizaram os mesmos modelos.

A quantidade de modelos utilizados para fazer as previsões neste estudo podem ser considerados como um fator de delimitação, pois são somente quatro modelos testados. Todavia, vale ressaltar, que esses quatro modelos são muito bem recomendados pela literatura, sendo considerados modelos robustos para fazer previsões.

Por fim, evidencia-se a natureza exclusivamente quantitativa da pesquisa, visto que alguns fatores externos não mensuráveis podem interferir no preço das ações, como por exemplo, crises econômicas, escândalos de corrupção, entre outros. Contudo, como este estudo apresenta um período extenso de análise, esse tipo de interferência se torna mais ameno, não ocasionando problemas na análise geral proposta.

Destaca-se que apesar das delimitações elencadas, a realização da presente pesquisa é viável e relevante, pois o tema abordado é atual e o foco de discussões, bem como a utilização do método de análise de dados em painel para previsão do preço de ações se faz importante por ser inédita na área.

1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO

A organização da pesquisa segue a estrutura lógica adotada na academia, sendo então, dividida em cinco capítulos.

O primeiro capítulo tem como objetivo introduzir o tema da pesquisa, apresentando uma breve contextualização acerca deste, a pergunta de pesquisa, os objetivos da pesquisa (geral e específicos), as limitações do estudo, e a estrutura do trabalho.

O referencial teórico da pesquisa é apresentado no segundo capítulo. Este contém ideias gerais sobre o preço das ações no mercado de capitais; explicações acerca de carteira de ações; exposição da teoria contida nos modelos de análise, sendo: séries temporais – metodologia Box & Jenkins, modelos ARCH-GARCH, redes neurais de camada recorrente e análise de dados em painel; e, por fim, trabalhos anteriores relacionados ao tema de previsão de séries financeiras.

No terceiro capítulo expõem-se os procedimentos metodológicos inerentes a realização desta pesquisa. Especificamente abordou-se o delineamento da pesquisa; a caracterização da população e da amostra; a coleta de dados, variável analisada e período de análise; o modelo de previsão por séries temporais – metodologia Box & Jenkins; o modelo de previsão ARCH-GARCH; o modelo de previsão por redes neurais recorrentes; e, o modelo de previsão por análise de dados em painel.

A exposição e análise dos resultados obtidos com a realização da presente pesquisa são contempladas no quarto capítulo. A primeira seção deste capítulo apresenta a caracterização das empresas analisadas; em seguida expõe-se a apresentação e discussão dos resultados obtidos com a previsão pelos quatro modelos utilizados: séries temporais – metodologia Box & Jenkins, redes neurais de camada recorrente e análise de dados em painel; e, por fim, procede-se a comparação dos erros obtidos na previsão de cada um desses modelos.

Por sua vez, o quinto capítulo traz as considerações finais realizadas acerca dos resultados obtidos com a realização da pesquisa, bem como sugestões e recomendações para a realização de futuros trabalhos.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

De forma geral, este capítulo tem como objetivo apresentar argumentos teóricos que trazem sustentação para a pesquisa. Como ponto de partida, foram descritos alguns aspectos acerca do mercado de capitais. No segundo momento, explanou-se acerca do tema carteira de ações. Na sequência, apresentou-se os quatro modelos de previsão utilizados no estudo, sendo séries temporais – metodologia Box & Jenkins, modelos ARCH-GARCH, redes neurais de camada recorrente, e análise de dados em painel. Por fim trazem-se alguns estudos já realizados que permeiam o tema deste estudo.

2.1 MERCADO DE CAPITAIS

Conforme a definição exposta por Choudhry (2002), o mercado de capitais é uma opção que existe para que as empresas aumentem suas finanças por uma série de formas, dentre elas a emissão de títulos e ações. O mercado de capitais surgiu quando o fluxo de recursos nas condições adequadas em termos de prazos, custos e exigibilidades deixaram de atender as necessidades da atividade produtiva no mercado de crédito (PINHEIRO, 2012).

A composição do mercado acionário se dá por um conjunto de instituições ou agentes e instrumentos financeiros envolvidos em negociações de títulos e valores mobiliários de médio, longo ou indeterminado prazo (PINHEIRO, 2012). De acordo com a explicação de Pinheiro (2012) o mercado de capitais possui como objetivo principal promover o financiamento do capital fixo e da viabilização da capitalização das organizações, de forma a disponibilizar recursos de longos prazos e contribuir com a liquidez dos títulos emitidos pelas empresas.

A tese do francês Louis Bachelier datada de 1900 dá origem a Hipótese de Mercado Eficiente (HME). Este trabalho revolucionou o mercado de capitais, pois apresentou uma abordagem, ainda inicial, para o conceito de comportamento aleatório dos preços das ações, além de ser um dos primeiros pesquisadores a nomear os preços de ações como “eficientes” (BACHELIER, 1900). Samuelson (1965) apresenta um estudo em que pela primeira vez a Hipótese de Mercado Eficiente é formulada. O autor elucida que num mercado informacionalmente eficiente, a imprevisibilidade na mudança dos preços deve existir, desde que sejam devidamente antecipadas, já que os preços precisam incorporar plenamente as informações disponíveis e as expectativas de todos os integrantes do mercado.

Por sua vez Fama (1965) apresenta como definição para mercado eficiente a existência de um número amplo de investidores racionais e maximizadores de lucro. Ainda de acordo com o autor, esses investidores devem competir entre si e buscar prever o valor futuro de mercado de ativos específicos, no qual as informações importantes correntes estão disponíveis a todos os participantes praticamente a custo zero.

Posteriormente, em outro trabalho, Fama (1970) reorganizou de forma sistemática a definição de mercado eficiente, explicando que um mercado é eficiente quando os preços de mercado sempre refletem toda a informação disponível. Neste mesmo estudo o autor revisa a literatura existente na época acerca de Hipótese de Mercado Eficiente, e passa a distingui-lo em três formas de eficiência: i) forma fraca; ii) forma semiforte e; iii) forma forte.

O Quadro 1 apresenta essas três formas de eficiência, bem como suas respectivas definições.

Quadro 1 – Definições de formas de eficiência

Forma de eficiência	Definição
Fraca	Neste tipo de eficiência nenhum investidor pode obter retornos em excesso com base em informações contidas nos preços históricos, ou seja, não são úteis para atingir retornos anormais.
Semiforte	Neste tipo de eficiência nenhum investidor pode auferir retornos extraordinários com base nas informações públicas, visto que os preços são rapidamente ajustáveis às novas informações divulgadas.
Forte	Neste tipo de eficiência os preços correntes refletem toda informação disponível publicamente ou privativamente (privilegiada) das empresas, porém nenhum investidor pode obter retornos extraordinários com base em informações públicas ou privadas ou privadas de caráter privilegiado que não foram até o momento publicadas.

Fonte: Adaptado de Fama e French (1992).

O mercado de capitais ainda pode ser definido como perfeito ou imperfeito (ANTUNES; PROCIANOY, 2002). De acordo com Copeland e Weston (1988), para o mercado perfeito, são necessárias quatro condições: i) inexistência de fricção; ii) eficiência informacional; iii) existência de perfeita competição nos mercados de produtos e títulos e; iv) indivíduos racionais (que maximizam suas utilidades esperadas). Por outro lado, ainda conforme os mesmos autores, no mercado imperfeito o aumento no preço da ação de uma empresa pode não maximizar a utilidade esperada de todos os seus acionistas, visto que a decisão de investimento de uma empresa pode afetar o preço das demais, influenciando também o conjunto eficiente de ativos e a composição da carteira de mercado.

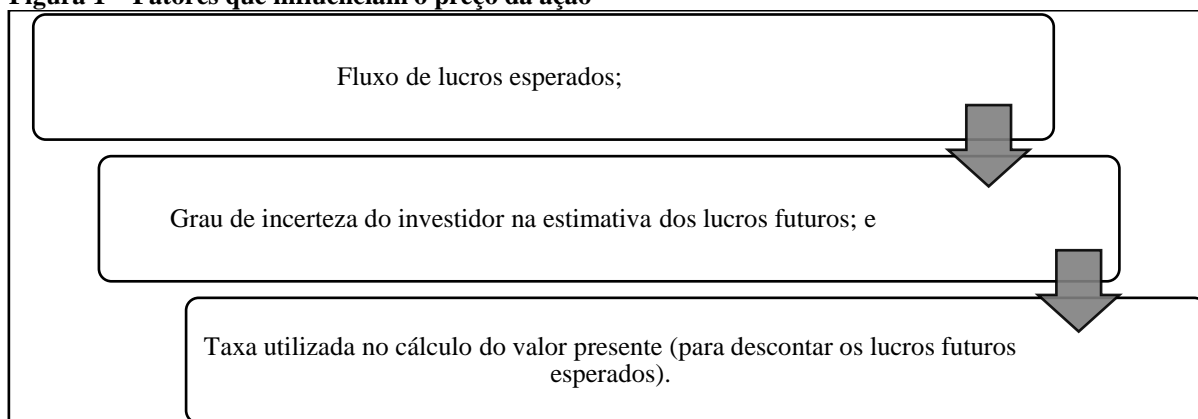
Ao adquirir uma ação, o investidor está assumindo uma participação no fluxo de caixa futuro da empresa, ou seja, a empresa passa a ter o compromisso de pagar periodicamente dividendos ao seu portador na quantia apropriada (ANTUNES; PROCIANOY, 2002).

Conforme Copeland e Weston (1988) o modelo de avaliação fornece o valor de mercado de uma empresa pela soma de dois termos: i) valor presente de um fluxo de caixa gerado pelos resultados futuros dos ativos atuais em uso na empresa, ou seja, representando uma empresa que não está crescendo e não realiza novos investimentos; ii) valor presente do fluxo de caixa gerado pelos resultados esperados das novas oportunidades de investimento, ou seja, valor presente das perspectivas de crescimento futuro da empresa.

Por definição, uma ação deve ser mensurada com o mesmo valor do valor presente dos rendimentos futuros fornecidos pela empresa. O objetivo principal desses modelos é avaliar, principalmente, o nível de lucro por ação, o crescimento esperado no lucro por ação, o risco e o pagamento de dividendos (SHARPE; ALEXANDER; BAILEY, 1995).

Fatores que influenciam a determinação do preço das ações no mercado de capitais, juntamente com os fatores que estabelecem o nível desses preços estão elencados na Figura 1.

Figura 1 – Fatores que influenciam o preço da ação



Fonte: Elaborado pelo autor.

Sharpe, Alexander, Bailey (1995) apresentam evidências em estudo publicado, que mostram que os preços das ações reagem quando variáveis monetárias são alteradas e quando informações relevantes sobre a empresa são divulgadas. Dessa forma, destaca-se a importância de trabalhar com séries temporais para prever o preço das ações, visto que estas séries registram oscilações que já ocorreram.

2.2 CARTEIRA DE AÇÕES

O mercado financeiro tem grandes preocupações com a maneira como um investidor poderia decidir da melhor forma possível sua composição de investimentos, analisando em

relação aos retornos esperados e aos riscos incorridos. O investidor sempre busca maximizar os retornos e minimizar os riscos, o que torna essa a decisão ótima (KRITZMAN, 1992).

A forma de composição dos investimentos é realizada entre escolhas acerca do risco e do retorno, ou seja, um investidor pode escolher entre vários conjuntos de diferentes ações, denominado carteira de ações. Portanto, o investidor pode decidir como aplicar seus recursos, distribuindo-os entre diferentes ativos de retornos e riscos desiguais (BRUNI, 1998). Dessa forma, Sharpe, Alexander, Bailey (1995) definem carteira de ações (ou carteira de mercado) como um portfólio formado por todos os ativos no qual a proporção investida em cada ativo corresponde ao seu valor relativo de mercado.

A partir deste momento, vale definir a teoria desenvolvida por Markowitz designada por Moderna Teoria de Portfólios. Esta teoria, segundo o próprio Markowitz (1952), apresenta o risco como fator inerente às decisões de investimento, de forma a contrariar o senso comum, que é concentrar os recursos em um único ativo de maior retorno esperado. Define-se portfólio como “uma carteira de títulos que contém ações, obrigações, mercadorias, investimentos em imóveis, investimentos em títulos de liquidez imediata ou outros ativos de um investidor pessoa física ou institucional.” (DOWNES; GODMAN, 1993, p. 385).

Ainda segundo Markowitz (1952), a principal conclusão que se obtém a partir de sua teoria é que um investidor, ao analisar um ativo, não deve estar preocupado somente com o seu risco individual, mas sim, na contribuição deste ao risco total do portfólio. Essa é a ideia de diversificação, introduzida pelo autor, e até aquele momento, contestada por pensadores influentes da época. Por volta de 20 anos depois da publicação de seu trabalho Markowitz praticamente extinguiu as concepções ingênuas acerca da diversificação, mostrando que não “bastava colocar os ovos em vários cestos diferentes e, quanto maior o número de cestos, maior a segurança.” (BRUNI, 1998, p. 44).

Conforme as ideias expostas por Markowitz (1952) uma diversificação feita de forma apropriada e correta pode reduzir os riscos inerentes ao mercado acionário. Um exemplo simples dessa ideia é, se aumentar o preço do petróleo prejudica os resultados de uma empresa de aviação, o investidor poderia reduzir esse risco (exposto no preço da ação), por meio da compra de ações de uma empresa petrolífera (a qual teria melhora nos seus resultados pelo fato do preço do petróleo estar em alta).

O trabalho de Sharpe (1963) observou que no desenvolvimento do modelo de mercado, o risco deve ser separado em duas componentes: i) sendo a primeira, a componente sistemática de mercado; e ii) a segunda a componente individual, inerente ao próprio ativo. E

a conclusão deste autor é, que à medida que aumenta-se a diversificação, o risco diversificável anula-se, portanto, um investidor deveria se preocupar somente com o risco sistemático.

2.3 SÉRIES TEMPORAIS - METODOLOGIA BOX & JENKINS

Conforme definido por Morettin e Toloi (2006, p. 01) “uma série temporal é qualquer conjunto de observações ordenadas no tempo”. A principal característica deste conjunto de dados é a dependência das observações vizinhas, por sua vez, o foco de interesse ao estudar séries temporais é justamente modelar esta dependência (EHLERS, 2005).

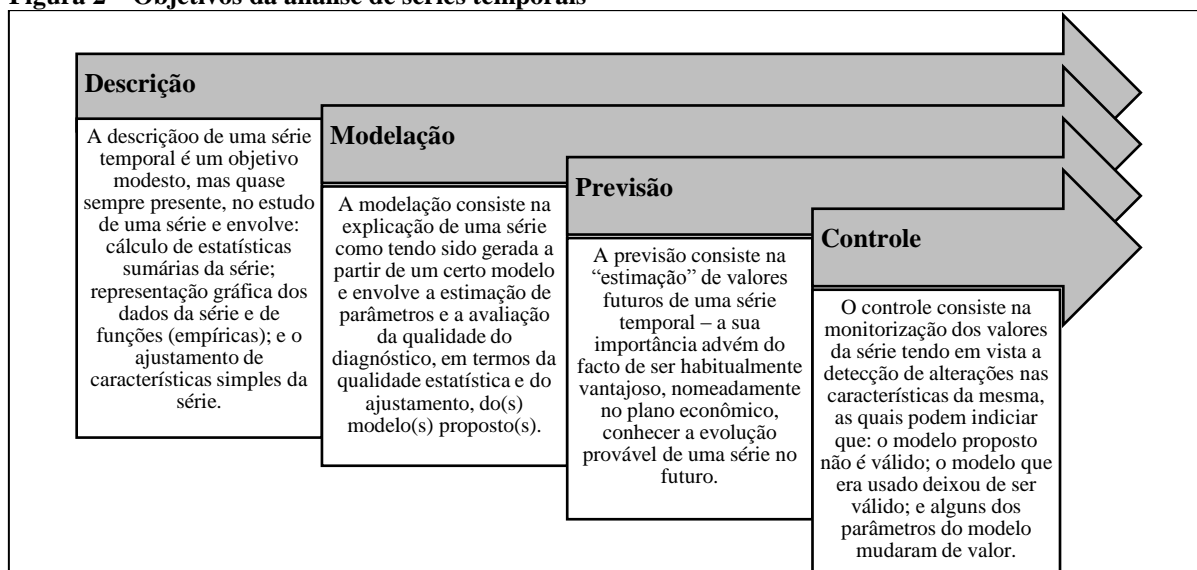
Uma série temporal pode ser representada das seguintes formas:

$$\{z_1, z_2, z_3, \dots, z_t, \dots, z_{n-1}, z_n\} \text{ ou } \{z_t, t = 1, 2, \dots, n\} \quad (1)$$

Morettin e Toloi (2006) afirmam que na maioria das séries temporais, os intervalos de observação são discretos e equidistantes. De acordo com Chaves Neto (2014) muitas vezes séries temporais discretas são obtidas a partir da amostragem de uma série contínua. Ainda o mesmo autor, expõe que um modelo matemático, ilustrando uma representação simplificada da realidade, pode ser construído a partir da análise das regularidades contidas nos fenômenos descritos por séries temporais.

A Figura 2 mostra os objetivos principais da análise de séries temporais, conforme apresentado por Pires (2001).

Figura 2 – Objetivos da análise de séries temporais



Fonte: Adaptado de Pires (2001).

De forma resumida, a modelagem de uma série temporal consiste em: i) identificar o processo gerador da série; ii) estimar os parâmetros do modelo que representa o processo gerado; e iii) avaliar a qualidade do diagnóstico, em outras palavras, consiste em “estimar” valores futuros da série (EHLERS, 2005). De acordo com Pires (2001) as séries temporais são utilizadas em diversas áreas de conhecimento, como por exemplo: agronomia, economia, engenharia, medicina, meteorologia, ciências sociais, dentre outros.

2.3.1 Conceitos anteriores a Metodologia Box & Jenkins

A ideia dos modelos desenvolvidos por Box & Jenkins é construída com base no fato dos valores de uma série temporal serem altamente dependentes, em outras palavras, cada valor pode ser explicado por valores prévios da série. Esses modelos são também conhecidos como Modelos Autoregressivos Integrados a Média Móvel, ou de forma mais simples, ARIMA (*Autoregressive Integrates Moving Average*), e obtiveram destaque por volta do início dos anos 70 (BOX; JENKINS; REINSEL, 2008).

Esses modelos, desenvolvidos por Box & Jenkins, representam a classe mais geral de modelos, dentre os existentes para a análise de séries temporais (PELLEGRINI, 2000). Para entender os modelos ARIMA é necessário que alguns conceitos preliminares sejam apresentados, conforme segue.

2.3.1.1 Modelos Estocásticos e Determinísticos

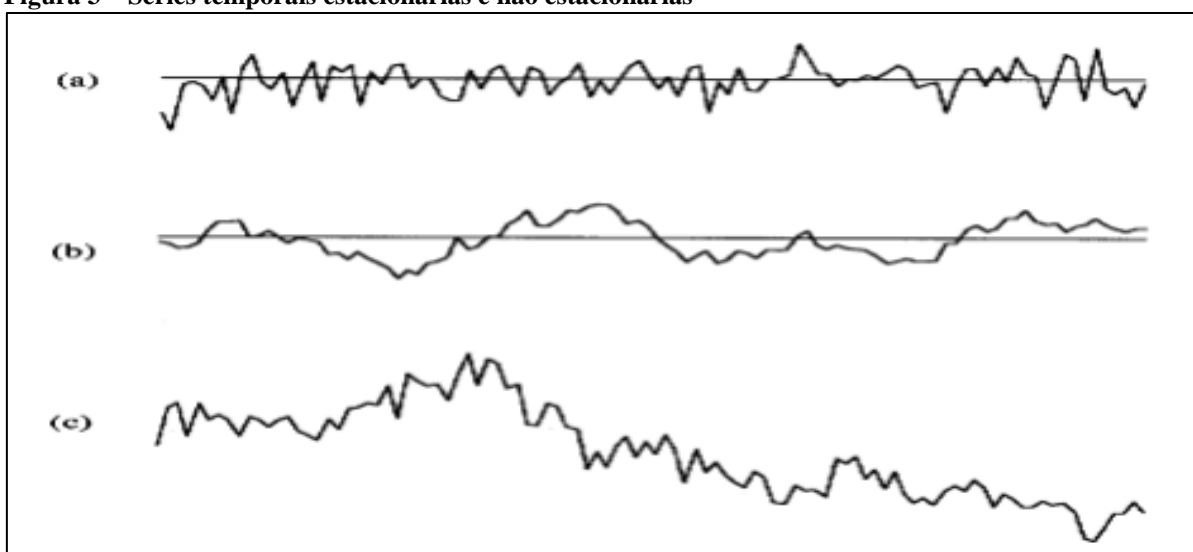
Uma modelagem matemática feita por uma série temporal pode representar fenômenos físicos, e ainda, nesses modelos valores podem ser agrupados e descritos por meio de equações matemáticas. Um modelo é dito determinístico quando for possível realizar uma previsão exata (PELLEGRINI, 2000).

Contudo, na natureza muitos fenômenos não são determinísticos, devido à incidência aleatória de fatores desconhecidos. Logo, para proceder à previsão de valores futuros, nestes casos, utiliza-se cálculo de probabilidade. Os modelos matemáticos que se pré-dispõem a analisar este tipo de sistema, são ditos modelos estocásticos. Em outras palavras, um processo estocástico é caracterizado por uma família de variáveis aleatórias que descrevem a evolução de um fenômeno de interesse (MORETTIN; TOLOI, 2006).

2.3.1.2 Modelos Estocásticos Estacionários e Não-Estacionários

Os modelos estacionários compõem uma importante classe de modelos estocásticos utilizados na representação de séries temporais. O pressuposto desses modelos parte de um processo em equilíbrio, em que a família de variáveis se mantém a um nível constante médio, entretanto, é importante destacar que modelos não estacionários tendem a representar de forma mais adequada às séries temporais (BOX; JENKINS; REINSEL, 2008). A Figura 3 apresenta exemplos gráficos de séries estacionárias e não estacionárias.

Figura 3 – Séries temporais estacionárias e não estacionárias



Fonte: Adaptado de Box, Jenkins e Reinsel (2008).

De acordo com o exposto na Figura 3, os gráficos (a) e (b) representam séries temporais cuja variação é estacionária. Séries que apresentam essa característica variam de forma estável no tempo sobre um valor médio fixo. Por sua vez, o gráfico (c) expõe uma série temporal com variação não estacionária e que, portanto, não se desloca no tempo sobre uma média fixa (BOX; JENKINS; REINSEL, 2008).

Ainda em relação à Figura 3, o gráfico (a) é chamado de série de ruído aleatório, pois as diferenças entre as observações e a média são estatisticamente independentes e seguem alguma distribuição de probabilidade (geralmente a distribuição normal com média igual a zero e desvio padrão igual a σ_a^2). É interessante ressaltar que para uma série de ruído aleatório, a propriedade chave é que a ordem na qual as observações ocorrem não informa nada a respeito da série, ou seja, valores passados da série não são utilizados na previsão de valores futuros (BOX; JENKINS; REINSEL, 2008; PELLEGRINI 2000).

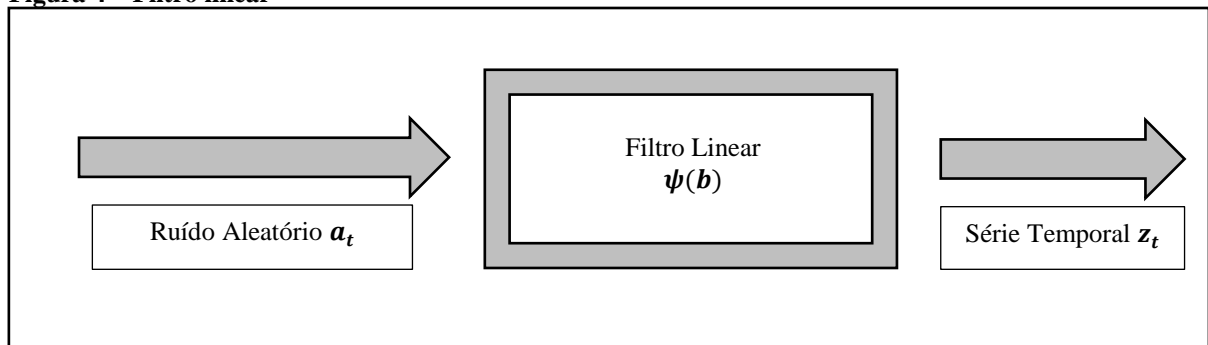
No que tange o gráfico (b), destaca-se também uma série estacionária, porém esta apresenta ruídos autocorrelacionados, em outras palavras, as diferenças entre as observações e a média não são estatisticamente independentes entre si. Sabe-se que dependência estatística é o mesmo que afirmar que a probabilidade de uma diferença qualquer é influenciada pela magnitude das demais diferenças da série (PELLEGRINI 2000). Vale ressaltar que autocorrelação é diferente de correlação, pois a autocorrelação mede a associação entre valores da mesma série em diferentes períodos de tempo, ao passo que a correlação mede o grau de associação entre duas séries temporais distintas (BOX; JENKINS; REINSEL, 2008).

Por fim, como já comentado, o gráfico (c) evidencia uma variação não estacionária. A aplicação deste tipo de séries temporais é muito comum na indústria, e principalmente nos estudos relacionados a economia e negócios (PELLEGRINI, 2000).

2.3.1.3 Modelo de Filtro Linear

Com base na ideia exposta por Yule (1963), foram criados modelos estocásticos. Esta ideia afirma que uma série temporal z_t , com valores sucessivos altamente dependentes, pode ser estimada a partir de uma série de ruído aleatório a_t , que deve ser transformada de forma adequada por meio de uma função matemática. A Figura 4 ilustra essa transformação.

Figura 4 – Filtro linear



Fonte: Adaptado de Chaves Neto (2014).

Conforme exposto na Figura 4, o processo de ruído aleatório a_t é transformado no processo z_t por uma função denominada filtro linear $\psi(B)$. A função filtro linear faz a soma ponderada dos ruídos aleatórios prévios, ou seja,

$$z_t = \mu + a_t + \psi_1 a_{t-1} + \psi_2 a_{t-2} + \dots + \psi_t a_1 \quad (2)$$

ou

$$z_t = \mu + \psi(B)a_t \quad (3)$$

onde

μ é o nível do processo;

B é um operador de defasagem expresso por $B^m a_t = a_{t-m}$ e

$\psi(B) = 1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \dots$ é o operador linear que transforma a_t em z_t (também chamado de função de transferência de filtro) (BOX; JENKINS; REINSEL, 2008).

A equação (3) gera tanto modelos que representam séries estacionárias, quanto séries não estacionárias. Para processos estacionários é necessário uma sequência finita de ψ 's, ou infinita e convergente, e média μ . Caso contrário, z_t é não estacionário e μ é apenas um ponto de referência para o nível do processo em algum momento do ponto (BOX; JENKINS; REINSEL, 2008).

2.3.1.4 Autocorrelação

O coeficiente de autocorrelação, ρ , é uma estatística bastante importante na análise de séries temporais. Esta estatística tem por finalidade mensurar a correlação entre dois valores da mesma série temporal, em diferentes períodos de tempo. Por exemplo, um coeficiente de autocorrelação ρ_k mede a correlação entre dois valores adjacentes na série, e é chamada de autocorrelação de lag (ou defasagem) k (BOX; JENKINS; REINSEL, 2008).

$$\rho_k = \frac{E[(z_t - \mu)(z_{t-k} - \mu)]}{\sqrt{E[(z_t - \mu)^2]E[(z_{t-k} - \mu)^2]}} \quad (4)$$

ou

$$\rho_k = \frac{E[(z_t - \mu)(z_{t-k} - \mu)]}{\sigma_z^2} \quad (5)$$

onde: σ_z^2 é a variância da série temporal.

As equações (4) e (5) são para cálculos populacionais. Uma estimativa para o coeficiente de autocorrelação populacional é dado por (6) e chamado de coeficiente de autocorrelação amostral.

$$r_k = \frac{\sum_{t=k+1}^n (z_t - \bar{z})(z_{t-k} - \bar{z})}{\sum_{t=1}^n (z_t - \bar{z})^2}, \text{ com } k = -1, 2, \dots, n \quad (6)$$

onde: $\bar{z} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n z_t$.

Para que se possa obter uma estimativa considerada boa para o coeficiente de autocorrelação, na prática, deve-se utilizar ao menos 50 observações da variável z . Uma outra recomendação é que o número de autocorrelações diferentes que se calcula para a análise de série temporal deve ser de $n/4$, onde n é o número total de observações da série.

2.3.2 Modelos Autorregressivos

O modelo estocástico autorregressivo é largamente utilizado na representação de um grande número de séries temporais. A característica desse modelo é que o valor corrente do processo é expresso como uma combinação linear finita de valores prévios do processo e um ruído aleatório a_t (MORETTIN; TOLOI, 2006).

Definem-se os valores observados de um processo em espaços de tempo igualmente divididos, $t, t-1, t-2, \dots$ por $z_t, z_{t-1}, z_{t-2}, \dots$

Definem-se ainda $z_t, z_{t-1}, z_{t-2}, \dots$ como sendo desvios da média μ , ou seja,

$$\tilde{z}_t = z_t - \mu, \quad \tilde{z}_{t-1} = z_{t-1} - \mu, \quad \tilde{z}_{t-2} = z_{t-2} - \mu, \dots \quad (7)$$

Então a equação:

$$\tilde{z}_t = \phi_1 \tilde{z}_{t-1} + \phi_2 \tilde{z}_{t-2} + \dots + \phi_p \tilde{z}_{t-p} + a_t \quad (8)$$

representa um processo autorregressivo de ordem p , ou simplesmente, $AR(p)$. Estes modelos são chamados de autorregressivos pois um modelo linear do tipo:

$$\tilde{z} = \phi_1 \tilde{z}_1 + \phi_2 \tilde{z}_2 + \dots + \phi_p \tilde{z}_p + a \quad (9)$$

relaciona uma variável dependente z a um grupo de variáveis independentes x_1, x_2, \dots, x_p , e a um termo de erro a , ser geralmente referido como modelo de regressão. Desta forma, z é

regredido em x_1, x_2, \dots, x_p . Na equação (8) a variável z é regredida em valores prévios da própria variável, por essa razão, o modelo é denominado autorregressivo (BOX; JENKINS; REINSEL, 2008).

Sendo assim, os coeficientes autorregressivos $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ são parâmetros que descrevem como um valor corrente z_t relaciona-se com valores passados $z_{t-1}, z_{t-2}, \dots, z_{t-p}$. O coeficiente autorregressivo de ordem p pode ser expresso usando a definição do operador B :

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p \quad (10)$$

ou, simplificando a representação matemática do modelo:

$$\phi(B)\tilde{z}_t = a_t \quad (11)$$

Por definição, sabe-se que o modelo AR(p) possui $p+2$ parâmetros desconhecidos, sendo $(\mu, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p, \sigma_a^2)$, os quais são estimados a partir dos valores observados na série temporal. Considera-se σ_a^2 a variância do processo de ruído aleatório a_t . É fácil verificar que o modelo autorregressivo é um caso especial do modelo de filtro linear, basta substituir \tilde{z}_{t-1} no lado direito da equação (8) pela expressão:

$$\tilde{z}_{t-1} = \phi_1 \tilde{z}_{t-2} + \phi_2 \tilde{z}_{t-3} + \dots + \phi_p \tilde{z}_{t-p-1} + a_{t-1} \quad (12)$$

Na sequência, repetir as substituições para $\tilde{z}_{t-2}, \tilde{z}_{t-3}$, etc., obtendo assim, uma série infinita de a 's. Desta forma, $\phi(B)\tilde{z}_t = a_t$ é equivalente a $\tilde{z}_t = \psi(B)a_t$, ou $\psi(B) = \phi^{-1}(B)$.

Existem processos autorregressivos estacionários e não estacionários. Os processos estacionários apresentam como premissa o fato de o operador autorregressivo $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$, que é considerado um polinômio de grau p em B , apresentar todas as suas raízes $\phi(B) = 0$ maiores que 1 em valor absoluto. Verifica-se esta condição ao constatar que a série infinita ψ_j 's deve convergir para que o processo (\tilde{z}_t) ser estacionário (BOX; JENKINS; REINSEL, 2008).

Os processos autorregressivos ainda podem ser classificados em dois importantes casos especiais: os processos de primeira ordem e os de segunda ordem. No caso do processo autorregressivo de primeira ordem, tem-se $p = 1$ que é representado por AR(1) e dado por:

$$\tilde{z}_t = \phi_1 \tilde{z}_{t-1} + a_1 \quad (13)$$

O processo autorregressivo de primeira ordem também é chamado de Processo de Markov. Neste processo sabe-se o valor assumido pela variável de interesse num instante t qualquer, e necessita-se somente da informação sobre o valor assumido pela mesma em $t - 1$ (ROSS, 1993).

Num processo AR(1) a função de autocorrelação é dada por $\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1}$, com $k > 0$, ou $\rho_k = \phi_1^k$, com $k \geq 0$, já que $\rho_0 = 1$. Portanto, a função de autocorrelação extingue-se exponencialmente quando ϕ_1 é positivo. De forma análoga, quando ϕ_1 é negativo, a função extingue-se exponencialmente com alternância de sinal (PELLEGRINI, 2000).

Um processo autorregressivo de segunda ordem, denotado por AR(2), possui $p=2$ e é descrito por:

$$\tilde{z}_t = \phi_1 \tilde{z}_{t-1} + \phi_2 \tilde{z}_{t-2} + a_1 \quad (14)$$

Como no processo de primeira ordem, também no processo AR(2), para que o processo seja estacionário é necessário que as raízes da equação $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 = 0$. Isto implica, no caso dos parâmetros, que ϕ_1 e ϕ_2 devem satisfazer as três condições a seguir: i) $\phi_2 + \phi_1 < 1$; ii) $\phi_2 - \phi_1 < 1$; e iii) $-1 < \phi_2 < 1$. Para este processo a função de autocorrelação é dada por: $\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2}$, com $k > 0$ (BOX; JENKINS; REINSEL, 2008).

De forma resumida, para $k=1$ e $k=2$, respectivamente, tem-se as seguintes funções de autocorrelação:

$$\rho_1 = \frac{\phi_1}{1 - \phi_2} \quad (15)$$

$$\rho_2 = \phi_2 + \frac{\phi_1^2}{1 - \phi_2} \quad (16)$$

As equações (15) e (16) são conhecidas por equações de Yule-Walker (BOX; JENKINS; REINSEL, 2008).

2.3.3 Modelos de Média Móvel

Nos modelos denominados de média móvel, \tilde{z}_t , que representa a observação z_t subtraída da média μ , depende linearmente de um número finito q de valores prévios do ruído aleatório a_t . Dessa forma, o processo de média móvel (MA) de ordem q é definido por:

$$\tilde{z}_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (17)$$

O coeficiente de média móvel é denotado por θ . Logo, para definir o coeficiente θ de ordem q , pode-se usar a definição do operador B , da seguinte forma:

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q \quad (18)$$

cuja representação simplificada é:

$$\tilde{z}_t = \theta(B)a_t, \quad (19)$$

a qual contém $q + 2$ parâmetros desconhecidos $(\mu, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q, \sigma_a^2)$, os quais podem ser estimados a partir dos valores observados na série temporal.

Uma vez que a série representada em (19) é finita, não é necessária nenhuma restrição sobre os parâmetros do processo de média móvel para que a estacionariedade seja assegurada (BOX; JENKINS; REINSEL, 2008).

Por sua vez, a função de autocorrelação de um processo MA(q) é definido pela equação (20).

$$\rho_k = \frac{-\theta_k + \theta_1 \theta_{k+1} + \dots + \theta_{q-k} \theta_q}{1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2}, \text{ com } k = 1, 2, \dots, q \text{ e} \quad (20)$$

$$\rho_k = 0 \text{ quando } k > q$$

2.3.4 Modelos Mistos Autorregressivos - Média Móvel

Os modelos mistos surgiram com o intuito de melhorar os modelos de séries temporais, neste caso, os modelos mistos são compostos por termos de modelos autorregressivos e de média móvel. O resultado é um modelo misto chamado de autorregressivo – média móvel de ordem (p,q), definido por:

$$\tilde{z}_t = \phi_1 \tilde{z}_{t-1} + \dots + \phi_p \tilde{z}_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (21)$$

ou ainda, utilizando a notação do operador de defasagem B e rearranjando os termos na equação (21):

$$\phi(B)\tilde{z}_t = \theta(B)a_t \quad (22)$$

o qual pode ser designado por ARMA (p,q).

Este modelo misto possui $p + q + 2$ parâmetros desconhecidos, sendo $\mu, \phi_1, \dots, \phi_p, \theta_1, \dots, \theta_q, \sigma_a^2$, que podem ser estimados a partir dos valores observados na série temporal. Na prática, sabe-se que os valores de p e q geralmente são menores que 2 para séries temporais estacionárias (BOX; JENKINS; REINSEL, 2008).

As mesmas condições de estacionariedade e invertibilidade estabelecidas para os processos AR(p) e MA(q) se mantem para os modelos ARMA(p,q). Em outras palavras, um modelo ARMA(p,q) é estacionário se as raízes do polinômio $\phi(B) = 0$ estiverem fora do círculo unitário, e inversível se as raízes de $\theta(B) = 0$ resultarem fora do círculo unitários (PELLEGRINI, 2000).

2.3.5 Modelos Não Estacionários

Série temporal não estacionária, ou não estacionária na média, é definida como aquela que não apresenta média constante, ou seja, as observações da série de um dado intervalo de tempo não se comportam como as observações da mesma série de nenhum outro intervalo de tempo distinto (BOX; JENKINS; REINSEL, 2008). Ainda nesse sentido, é possível que uma série temporal seja não estacionária na média e na declividade.

Este tipo de série, não estacionária, geralmente pode ser representada por um operador autorregressivo generalizado $\varphi(B)$, no qual uma ou mais raízes do polinômio $\varphi(B)$ são iguais a 1 em módulo. De acordo com Box; Jenkins; Reinsel (2008), de forma particular, se existirem d raízes unitárias o operador $\varphi(B)$ assumirá a forma:

$$\varphi(B) = \varphi(B)(1 - B)^d \quad (23)$$

onde $\varphi(B)$ é um operador estacionário.

É importante destacar que algumas séries temporais não estacionárias podem exibir, de forma independente da média local (ou média e declividade locais), um comportamento geral homogêneo, com a ocorrência de tendências que se repetem. Para este caso, de comportamento homogêneo não estacionário, o modelo é dado por:

$$\varphi(B)z_t = \varphi(B)(1 - B)^d z_t = \theta(B)a_t \quad (24)$$

ou

$$\varphi(B)w_t = \theta(B)a_t \quad (25)$$

onde: $w_t = \nabla^d z_t = z_t - z_{t-d}$.

Dessa forma, um comportamento homogêneo não estacionário pode ser representado por um processo estacionário, contendo d níveis de diferenciação. Para uso prático, d pode ser 0, 1 ou 2, no máximo.

Ao considerar as equações (24) e (25), define-se um processo que produz um eficiente modelo para descrever séries temporais estacionárias e não estacionárias. A esse modelo dá-se o nome de processo autorregressivo integrado a média móvel (ARIMA) de ordem (p,d,q), no qual p corresponde ao componente autoregressivo, d ao número de diferenciações e q ao componente de média móvel. O processo ARIMA(p,d,q) é representado pela equação:

$$w_t = \phi_1 w_{t-1} + \dots + \phi_p w_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (26)$$

com $w_t = \nabla^d z_t$. Se d=0 e substituindo-se w_t por $z_t - \mu$ na equação (26) obtém-se o modelo denominado modelo misto estacionário, equação (21).

2.3.6 Modelos Sazonais

Uma série é dita sazonal quando esta apresenta uma característica periódica que se repete a cada s intervalos de tempo. A característica de sazonalidade é comum em grande parte das séries temporais, especialmente naquelas relacionadas a indústria (BOX; JENKINS; REINSEL, 2008).

Sabe-se que $\nabla_s = (1 - B^s)$ é, por definição, o operador da diferença sazonal. Portanto, $\nabla_s z_t = (1 - B^s)z_t = z_t - z_{t-s}$ é a primeira diferenciação sazonal. Para produzir uma série estacionária, D diferenciações sazonais podem ser requeridas. Para uma ordem D qualquer, define-se o operador de diferenciação sazonal da seguinte forma: $\nabla_s^D = (1 - B^s)^D$ (BOX; JENKINS; REINSEL, 2008). Assim sendo, a forma geral do modelo sazonal autorregressivo integrado a média móvel de ordem (P,D,Q) é:

$$\phi(B^s)\nabla_s^D z_t = \theta(B^s)\alpha_t \quad (27)$$

onde: $\phi(B^s)$ e $\theta(B^s)$ são polinômios em B^s de graus P e Q , respectivamente, que satisfazem as condições de estacionariedade e invertibilidade.

Na equação (26), os componentes do erro α estão, na maioria dos casos, correlacionados, Dessa forma, α_t estaria relacionado com $\alpha_{t-1}, \alpha_{t-2}$, etc. Um novo modelo é apresentado para tratar tal relacionamento:

$$\phi(B)\nabla^d \alpha_t = \theta(B)a_t \quad (28)$$

onde, a_t é um processo de ruído aleatório, $\phi(B)$ e $\theta(B)$ são polinômios em B de graus p e q , respectivamente, que satisfazem as condições de estacionariedade e invertibilidade.

Substituindo a equação (26) na equação (27), obtém-se o modelo multiplicativo geral:

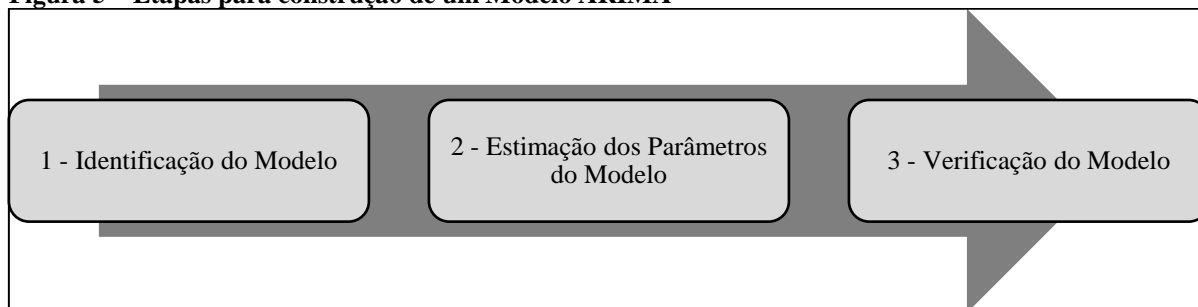
$$\phi_p(B)\Phi_p(B^s)\nabla^d \nabla_s^D z_t = \theta_q(B)\Theta_q(B^s)a_t \quad (29)$$

chamado de processo multiplicativo de ordem $(p,q,d) \times (P,Q,D)$.

2.3.7 Modelagem de Séries Temporais

Três etapas, realizadas por meio de um processo iterativo, podem ser utilizadas na construção de modelos ARIMA (MORETTIN; TOLOI, 2006). A Figura 5 descreve essas etapas.

Figura 5 – Etapas para construção de um Modelo ARIMA



Fonte: Elaborado pelo autor.

2.3.7.1 Identificação do Modelo

Os dados que compõem a série temporal são analisados e dessa forma, procede-se a identificação do modelo ARIMA a ser utilizado. Normalmente, considera-se um número mínimo de 50 observações para identificar, de forma satisfatória, o modelo que melhor descreve a série temporal. As formas mais utilizadas de identificação de modelos são: i) função de autocorrelação; e ii) função de autocorrelação parcial (BOX; JENKINS; REINSEL, 2008).

Existem diversos modelos ARIMA, o que não torna a identificação do modelo a ser utilizado uma tarefa trivial. Makridakis, Wheelwright, Hyndman (1998) indicam uma sequência de passos para auxiliar no processo de identificação do modelo adequado. O Quadro 2 mostra essas etapas.

Quadro 2 – Passos para o processo de identificação do modelo adequado

Passos	Descrição
Passo 1	Através do gráfico da série temporal, analisa-se seu comportamento no tempo. Em algumas situações, é necessário fazer transformações nos dados (parametrização), com a finalidade de estabilizar a variância da série em estudo.
Passo 2	Uma vez estabilizada a variância, caso tal procedimento seja necessário, verifica-se a estacionariedade da série. Este procedimento é feito em duas etapas: i) análise da série temporal, e ii) análise dos gráficos das FAC e FACP. Quando a série exibe dados em torno de uma média constante e os gráficos das FAC e das FACP apresentam autocorrelação que tendem a zero rapidamente, tem-se a indicação de que a série é estacionária. Se algum destes requisitos não for observado, a série é, possivelmente do tipo não estacionária.
Passo 3	Séries não estacionárias devem ser estabilizadas através de diferenciação. Para séries não sazonais,

	faz-se a diferenciação das observações ($z'_t = z_t - z_{t-1}$); para séries sazonais, faz-se a diferenciação sazonal das observações ($z'_t = z_t - z_{t-s}$), que leva em consideração o intervalo sazonal s . Persistindo a não estacionariedade, nova diferenciação é necessária. Geralmente, a série torna-se estacionária após, no máximo, duas diferenciações.
Passo 4	<p>Uma vez a série estando estacionária, os valores D e d são conhecidos. Resta determinar os componentes normais, p e q, e os componentes sazonais, P e Q. Se a FAC extingue-se rapidamente e a FACP trunca abruptamente após o $l^{ésimo}$ lag, então $p=1$. Da mesma maneira, para séries sazonais, o valor de P será igual ao número de lags significativos múltiplos de s na FACP. Entendem-se como lags significativos aqueles que ultrapassarem os limites de $\pm 2S(r_k)$ para a FAC, e $\pm 2S(\hat{\phi}_{kk})$ para a FACP, onde:</p> $S(r_k) \approx n^{-1/2} [1 + 2(r_1^2 + r_2^2 + \dots + r_q^2)]^{1/2} \quad (30)$ $S(\hat{\phi}_{kk}) \approx n^{-1/2} \quad (31)$ <p>e n é o número de observações da série. Se a FACP extingue-se rapidamente, e a FAC trunca abruptamente após o $l^{ésimo}$ lag, então $q=1$. Para modelos sazonais, o valor de Q será igual ao número de lags significativos múltiplos de s na FAC. Quando ambas, FAC e FACP extinguem-se rapidamente, um modelo misto pode ser necessário. Tais modelos são de difícil identificação, devendo-se usar um processo por tentativas que inicie testando valores baixos de P, Q, p e q.</p>

Fonte: Adaptado de Makridakis, Wheelwright e Hyndman (1998).

2.3.7.2 Estimativa dos Parâmetros do Modelo

Com o modelo já identificado, é necessário estimar seus parâmetros. Para a estimação dos parâmetros de modelos ARIMA, o método dos mínimos quadrados pode ser utilizado. Contudo, para os componentes MA, não existe uma maneira simples de proceder a estimativa dos parâmetros (MAKRIDAKIS; WHEELWRIGHT; HYNDMAN, 1998). Ainda no que tange a estimação dos parâmetros, outro método bastante utilizado é o da máxima verossimilhança.

2.3.7.3 Verificação do Modelo

Após obter um modelo ajustado para a série temporal, precisa-se determinar a sua adequação e qual a necessidade de melhoria. Existe um método lógico que executa a verificação do modelo e utiliza o cálculo de resíduos ($e_t = z_t - \hat{z}_t$). Portanto, precisa-se examinar a função de autocorrelação dos resíduos (BOX; JENKINS; REINSEL, 2008).

Caso o modelo obtido seja adequado, a FAC da amostra dos resíduos $r_e(k)$ não deve apresentar lags significativos para nenhum valor de k , que para este caso foram definidos com

sendo os maiores que $n^{-1/2}$. Todavia, se este for o caso, os valores observados na série temporal z_t foram transformados em um processo de ruído aleatório e_t .

Os testes de Portmanteau são outra forma de verificar a significância. Ao contrário do teste anterior, este não considera os valores de $r_e(k)$ individualmente, mas sim o conjunto dos k primeiros $r_e(k)$'s. Estes testes apresentam (aproximadamente) uma distribuição Qui-quadrado e testam a hipótese de um conjunto de resíduos ser significativo. Os testes de Portmanteau não são muito preciso e, portanto, devem ser utilizados apenas como um teste auxiliar (MAKRIDAKIS; WHEELWRIGHT; HYNDMAN, 1998).

2.3.7.4 Forecasting

Neste ponto da análise, já se conhece o melhor modelo para a série temporal em análise e, pode-se utilizá-lo com o intuito de gerar previsões de observações futuras. Ou seja, parte-se do período atual t , e supõe-se que se deseja prever a série em um período futuro, \hat{z}_{t+k} . Esta nova série representa a previsão para um período $t + k$ feita em t (BOX; JENKINS; REINSEL, 2008).

Na prática, a previsão para o período $t + k$ é construída a partir de sucessivas previsões para os períodos $t+1, t+2, \dots, t+k-1$. Neste caso, o valor de z_{t+j} , o qual não é conhecido no tempo t , deve ser substituído pela sua previsão \hat{z}_{t+j} . O valor de a_{t+j} , o qual é também desconhecido no tempo t , deve ser substituído por zero, e $a_{t-j} = z_{t-j} - \hat{z}_{t-j}$. Para o início do *forecasting* assume-se que $a_{t-j} = 0$ para $t - j \leq 0$ (BOX; JENKINS; REINSEL, 2008).

2.4 MODELOS ARCH

Os modelos ARIMA modelam séries que apresentam variância constante, o que geralmente não ocorre em séries financeiras. Para sanar esse problema foi criado um modelo que incorpore a possibilidade de o termo de erro não ser constante (volatilidade), e este passou a ser chamado de modelo heterocedástico. A ideia contida nesses modelos é captar a evolução da variância, e a partir disso distinguir os diferentes modelos existentes (FURRIEL, 2011). Existem duas categorias de modelo, na primeira categoria os modelos utilizam uma função determinística para captar a evolução da variância. Já na segunda categoria a função que modela o comportamento da variância é estocástica (TSAY, 2002).

Os modelos auto-regressivos com heterocedasticidade condicional, também conhecidos como modelos ARCH, apresentam como objetivo estimar a variância da inflação e foram inicialmente introduzido por Engle (1982). Esses modelos de heterocedasticidade condicional são inspirados nos modelos ARIMA. A diferença entre um modelo ARCH e um modelo ARIMA consiste em que o primeiro modela a variação do quadrado da volatilidade como uma média móvel das observações passadas da série temporal, enquanto o segundo considera que a variância da série é constante (FURRIEL, 2011). Conforme afirma Engle (2004), os modelos ARCH surgiram da necessidade de modelar a evolução da imprevisibilidade da inflação, que é uma incerteza que afeta o comportamento dos investidores.

Chama-se de processo ARCH de ordem q um processo X_t que:

$$X_t = \sigma_t \varepsilon_t, \text{ com } \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q X_{t-q}^2 \quad (32)$$

onde: σ_t é uma sequência não negativa de variáveis aleatórias, ε_t é uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (iid) de média zero e variância um, e os parâmetros α_i têm de satisfazer um conjunto de condições ($\alpha_0 > 0$ e $\alpha_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, q$) de forma a assegurar que a variância é não condicionada e finita. Quando σ_t é constante ao longo do tempo então X_t é um ruído branco.

Um processo ARCH(q) é estacionário se e somente se:

$$\sum_{i=1}^q \alpha_i < 1 \quad (33)$$

Ou seja, um ARCH estacionário é um ruído branco de média zero e variância um.

A variância condicionada, que se relaciona com o quadrado dos erros passados e varia ao longo do tempo t , é aleatória e dada por:

$$\begin{aligned} Var((X_t | X_{t-1}, X_{t-2}, \dots)) &= E(X_t^2 | X_{t-1}, X_{t-2}, \dots) = \sigma_t^2 \\ &= \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q X_{t-q}^2 \end{aligned} \quad (34)$$

A ideia base desse modelo, conforme Furriel (2011), é que X_t é não correlacionado mas dependente, e essa dependência pode ser descrita por uma função quadrática. Por meio das equações apresentadas, verifica-se que grandes valores passados de X_t tendem a ser seguidos por outros grandes valores de X_t , ou seja, a probabilidade de se obter grandes

variações é maior do que a probabilidade de obter uma variância baixa, característica muito comum a séries temporais financeiras.

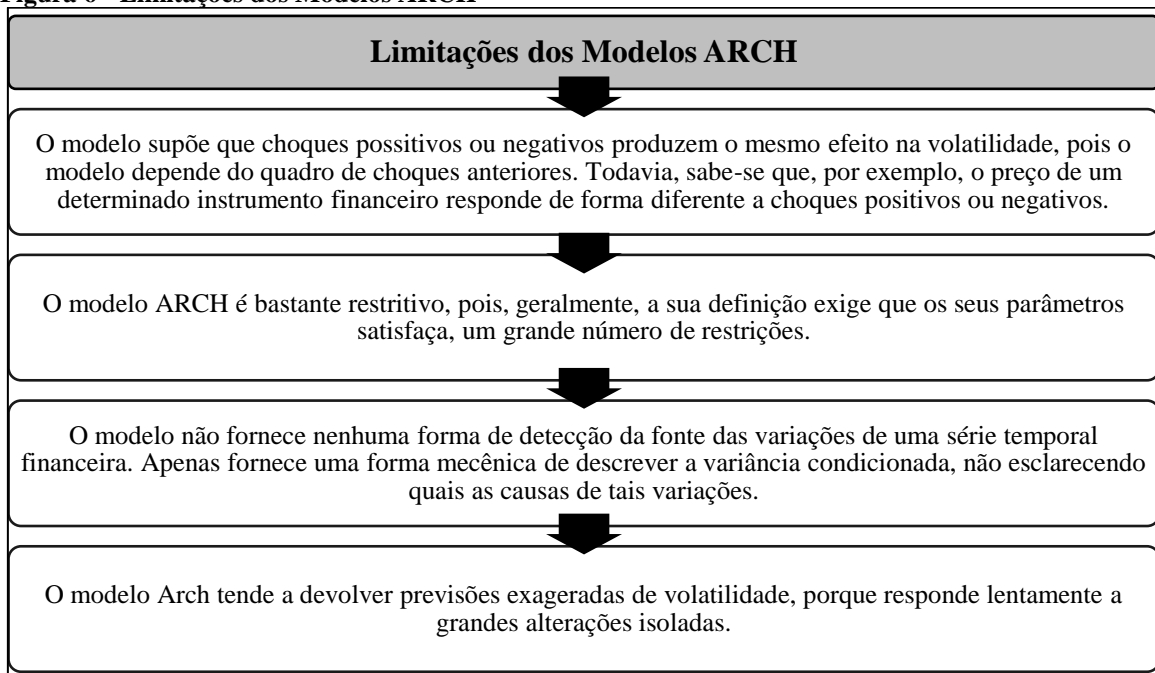
A equação (34) representa a previsão ótima de X_t^2 desde que este possa ser ajustado pelo modelo AR(q) descrito na equação (34) (WEI, 2006).

$$X_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q X_{t-q}^2 + \alpha_t \quad (35)$$

onde: α_t é um ruído branco $N(0, \sigma_a^2)$. É importante destacar que o processo X_t^2 será bem caracterizado em termos das correspondentes funções FAC e FACP, e a FACP apresentará um corte a partir da defasagem q .

O Figura 6 mostra algumas das limitações dos processos ARCH.

Figura 6 - Limitações dos Modelos ARCH



Fonte: Adaptado de Furriel, 2011.

Conforme se verifica na Figura 6 os processos ARCH apresentam algumas limitações, entretanto estas não diminuem sua importância e eficiência. Alguns cuidados são necessários, mas esse tipo de modelagem apresenta bons resultados.

2.4.1 Detecção do Efeito ARCH

Quando se tem uma série temporal X_t e deseja-se verificar se esta apresenta efeito ARCH, inicialmente deve-se calcular a FAC e FACP amostral da série. Por meio da análise desses gráficos é possível obter uma indicação inicial sobre a presença do efeito ARCH. De maneira prática, se a FAC e a FACP de X_t^2 apresentarem picos, então é quase certo que X_t^2 apresentam alguma dependência e consequentemente o efeito procurado (FURRIEL, 2011). Além de uma primeira ideia da existência (ou não) do efeito ARCH, a análise do gráfico da FAC e da FACP também podem indicar qual será a ordem desse processo. Vale ressaltar que a identificação feita pela análise desses dois gráficos é apenas uma preliminar, todas as conclusões finais devem ser obtidas por meio de testes específicos (WEI, 2006).

Nesse sentido, um dos testes mais utilizados para verificar a presença de efeito ARCH e ainda verificar a qualidade do ajustamento do modelo é o teste de Ljung-Box. A ideia deste teste é verificar se existe autocorrelação na variável X_t^2 . Logo, a hipótese a ser testada é $H_0: \rho_0 = \rho_1 = \dots = \rho_q = 0$, onde $\rho_i, i = 0, \dots, q$ é a função de autocorrelação de X_t^2 nos lags $0, \dots, q$ e a estatística do teste que converge para a distribuição χ_t^2 é:

$$Q = N(N + 2) \sum_{i=1}^q \frac{1}{N-i} \hat{\rho}_i^2 \quad (36)$$

onde N é o número de observações da série temporal e q representa o número de lags da FAC amostral de X_t^2 . A regra de decisão para um nível α de significância, é rejeitar a hipótese nula se $Q > \chi_q^2(\alpha)$, e a rejeição da hipótese nula confirma a presença do efeito ARCH.

Outro teste que também possui a finalidade de identificar a presença de efeito ARCH na série é o desenvolvido por Engle (1982), o qual considera a regressão da variável X_t^2 sobre q de seus valores defasados, conforme segue:

$$X_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q X_{t-q}^2 + \alpha_t \quad (37)$$

No caso deste teste, a hipótese a ser testada é $H_0: \alpha_0 = \alpha_1 = \dots = \alpha_q = 0$ e, novamente, a rejeição desta hipótese confirma a presença de um efeito ARCH.

2.4.2 Estimação e Previsão de Modelos ARCH

Feita a identificação da existência do efeito ARCH e de qual modelo deve ser usado, o passo seguinte é estimar os parâmetros desse modelo. Conforme Tsay (2002), admitindo que as variáveis ε_t são independentes e identicamente distribuídas (iid) e normais reduzidas, os parâmetros podem ser facilmente estimados através do método da máxima verossimilhança.

Após a estimação dos parâmetros do modelo, é necessário efetuar a avaliação do diagnóstico considerando dois aspectos. No primeiro aspecto faz-se a análise da significância estatística de cada um dos parâmetros ARCH estimados. No segundo momento, procede-se a análise de resíduos normalizados que devem atender os seguintes critérios: i) serem não correlacionados; ii) serem desprovidos de qualquer efeito ARCH; e iii) análise dos coeficientes de curtose e de assimetria dos resíduos normalizados para verificar a validade da hipótese da distribuição admitida.

Os preditores de um modelo ARCH são sempre nulos, pois o vetor ε_t possui valor médio. Logo a previsão de modelos ARCH parecem ser de pouco interesse. Entretanto, conforme Engle (1982) estes modelos são bastante úteis no estudo de séries financeiras, pois permitem efetuar a estimação e previsão da volatilidade, isto é, da variância condicionada.

2.5 MODELOS GARCH

A descrição adequada da volatilidade por modelos ARCH exige a estimação de muitos parâmetros, sendo essa uma desvantagem deste tipo de modelo (TSAY, 2002). Por essa desvantagem surgiu um modelo alternativo, chamado de modelo autorregressivo de heterocedasticidade condicional generalizado – GARCH, proposto por Bollerslev (1986), sendo uma generalização do modelo ARCH. A ideia do modelo generalizado é considerar que a variância condicionada do processo de erro está relacionada com os quadrados dos valores passados da série e com as variâncias condicionais passadas, tornando esse novo modelo mais generalizado.

$$X_t = \sigma_t \varepsilon_t \quad (38)$$

onde: ε_t são variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com média zero e variância um, independentes das realizações passadas de X_{t-1} . Além disso,

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_s X_{t-s}^2 + \phi_1 \sigma_{t-1}^2 + \cdots + \phi_r \sigma_{t-r}^2 \quad (39)$$

O modelo descrito pela equação (38) é chamado de modelo autorregressivo de heterocedasticidade condicional generalizada de ordem (r,s), ou simplesmente, GARCH(r,s). Tsay (2002) explica que o modelo GARCH é mais parcimonioso que o modelo não generalizado, apresentando assim maior estabilidade numérica na estimação, sendo o modelo generalizado mais utilizado em relação ao modelo ARCH.

A equação descrita em (39) pode dar a ideia de que a variância condicional pode ser modelada por um modelo ARMA, em que r seria a ordem do operador AR e s a ordem do operador MA. Entretanto, essa ideia não está correta, visto que num modelo ARMA o erro associado é ruído branco, e no caso do modelo GARCH nem a série e nem a variância desempenham este papel (FURRIEL, 2011).

Inicialmente é necessário fazer a detecção do efeito GARCH, na sequência é importante identificar a ordem (r,s) do modelo. Para isso, deve-se pensar que o quadro de resíduos de um modelo GARCH é equivalente ao de um modelo ARMA, logo os critérios de identificação tradicionais podem ser usados, como Critério de Informação de Akaike (AIC) E Critério de Informação Bayesiano (BIC) (MORETTIN, 2008).

É importante destacar que, à semelhança do que acontece nos modelos ARCH, valores elevados de X_{t-1}^2 ou de σ_{t-1}^2 implicam uma variância condicionada σ_t^2 de X_t . Assim sendo, verifica-se a existência de grupos de volatilidade, característica bastante comum a séries financeiras (TSAY, 2002).

Ainda outra semelhança entre o modelo generalizado e o não generalizado é que ambos permitem identificar apenas uma função que descreve a evolução da volatilidade, não fornecendo nenhuma informação acerca de suas causas. Comparando os modelos ARCH e GARCH é possível verificar que ambos reagem da mesma forma a grandes aumentos ou quedas nos valores passados de X_t (FURRIEL, 2011).

Uma característica do modelo GARCH é produzir a mesma resposta diante de variações positivas ou negativas de X_t , em outras palavras, variações positivas ou negativas cujo valor em módulo é idêntico têm o mesmo impacto na variância condicional de σ_t^2 do modelo. Para sanar essa desvantagem do modelo GARCH, foram propostas diversas extensões ao modelo original generalizado (FURRIEL, 2011).

2.5.1 Estimação e Previsão de Modelos GARCH

Assim como no modelo ARCH, para o modelo GARCH os parâmetros podem ser estimados por meio do método da máxima verossimilhança. Estimados os parâmetros do modelo, o passo seguinte é analisar os critérios de informação mencionados acima. Na sequência, são feitas as previsões, de forma bastante semelhante ao que se faz em um modelo ARMA. A expressão do previsor a m passo depende apenas dos previsores dos passos anteriores, conforme mostram as equações (40) e (41):

$$\hat{\sigma}_t^2(m) = \alpha_0 + (\alpha_1 + \phi_1)\hat{\sigma}_t^2(m-1) + (\alpha_2 + \phi_2)\hat{\sigma}_t^2(m-2) + \dots \quad (40)$$

$$\hat{\sigma}_t^2(m) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{m-1} (\alpha_i + \phi_i)\hat{\sigma}_t^2(m-i) \quad (41)$$

Na maioria dos casos a identificação da ordem do modelo GARCH torna-se complexa. Mas, normalmente modelos de ordem baixa são suficientes para a modelar a série temporal financeira, como por exemplo modelos GARCH(1,1), GARCH(1,2) e GARCH(2,1) (TSAY, 2002).

2.6 REDES NEURAIIS DE CAMADA RECORRENTE

A Inteligência Artificial, bem como outras técnicas de programação robustas, vem sendo empregadas na resolução de problemas novos e antigos, visto que estas fornecem soluções bastante satisfatórias, proporcionando economia de tempo e de recursos computacionais (SCARPIN, 2012).

Nesse universo de técnicas, as Redes Neurais Artificiais (RNA) se destacam, pois apresentam características especiais como capacidade de aprendizado e generalização. De forma geral, pode-se elencar como aplicações de redes neurais, reconhecimento de padrões; processamento de sinais digitais e imagens; otimização; visão computacional; robótica e previsão de séries temporais (SCARPIN, 2012).

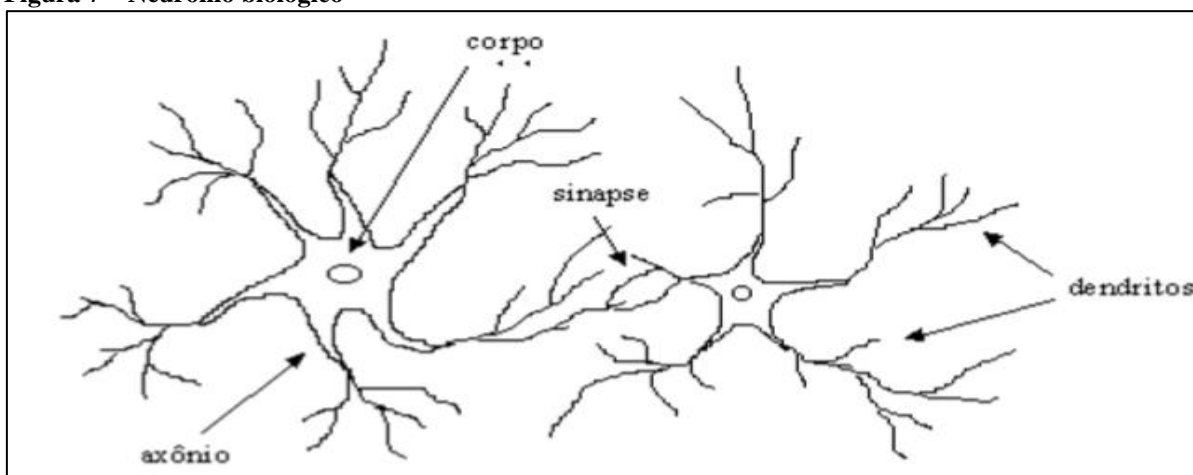
Define-se RNA como um modelo computacional que apresenta algumas propriedades comuns ao cérebro humano, em outras palavras, é a composição de várias unidades simples que trabalham em paralelo e não possuem um controle central. Na linguagem da técnica de

programação RNA, diz-se que as conexões entre essas unidades têm pesos numéricos e estes podem ser modificados pelo elemento de aprendizado (RUSSEL; NORVIG, 2010).

Conforme Haykin (2001), essas unidades são chamadas de neurônios e as conexões que elas realizam são denominadas sinapses. Nesse sentido, ainda segundo o mesmo autor, as RNA's se assemelham ao cérebro humano em dois aspectos basicamente: i) o fato de a experiência ser a fonte do conhecimento adquirido; e ii) as sinapses serem responsáveis por guardar o conhecimento adquirido.

No cérebro humano tem-se o neurônio composto por corpo celular, onde encontra-se o núcleo deste neurônio, axônio e dendritos. A transmissão, ou seja, a comunicação com outros neurônios, é feita pelo axônio. Ao passo que a função dos dendritos, que se assemelham a galhos de árvores, é atuar como receptor da desta comunicação (SCARPIN, 2012). A Figura 7 representa a estrutura biológica de um neurônio.

Figura 7 – Neurônio biológico



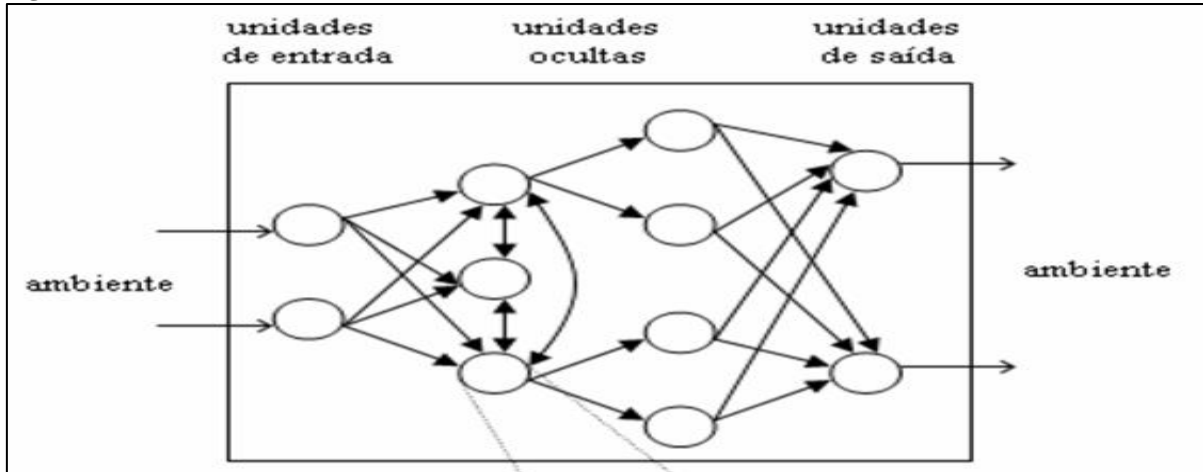
Fonte: Adaptado de Wasserman (1989).

Essa comunicação, também chamada de interação, se dá por um processo químico. Neste processo, substâncias transmissoras são liberadas e difundidas, dessa forma, aumenta-se ou diminui-se o potencial elétrico existente no neurônio receptor. Em outras palavras, é fácil verificar que a sinapse é a conexão entre neurônio, de forma a excitar ou inibir o neurônio receptor (HAYKIN, 2001).

Nesse sentido, pode-se de forma análoga, pensar em um neurônio artificial, que possui as mesmas características do neurônio biológico. Para o caso artificial têm-se as sinapses representadas pelas entradas e pesos sinápticos, somatório e função de ativação. Para tanto, cada sinapse é caracterizada por um estímulo de entrada multiplicado pelo seu peso sináptico correspondente. Na sequência, cada sinal de entrada é somado e, por fim, o resultado é

associado a uma função de ativação que restringe a saída do neurônio (HAYKIN, 2001). A Figura 8 representa um neurônio artificial

Figura 8 – Neurônio artificial



Fonte: Adaptado de Garcia (2006).

Portanto, o neurônio artificial imita o funcionamento de um neurônio biológico, conforme exposto nas figuras acima. Ou seja, as entradas imitam as sinapses e a função de ativação que simula o processo químico de liberação das substâncias químicas de forma a excitar ou inibir os neurônios receptores (HAYKIN, 2001).

De acordo com o exposto por Haykin (2001), além da ilustração, o neurônio artificial pode ser representado por uma equação, conforme segue:

$$y_k = \varphi \left(\sum_{i=1}^n x_i w_{ki} \right) \quad (42)$$

onde: y_k é a saída do neurônio;

φ é a função de ativação;

x_1, x_2, \dots, x_n são os sinais de entrada do neurônio; e

$w_{k1}, w_{k2}, \dots, w_{kn}$ são os pesos sinápticos do neurônio k.

2.6.1 Funções de Ativação

Um processamento simples é realizado por cada neurônio, sendo receber uma entrada e computar um novo nível de ativação (RUSSEL; NORVIG, 2010). Este processamento, apesar de simples, é composto por duas fases: i) inicialmente cada entrada x_i do neurônio é

multiplicada por seu peso sináptico correspondente w_{ij} (peso da entrada i do neurônio j), e esse resultado, obtido em cada multiplicação, é somado; e ii) posteriormente a soma é aplicada em uma função de ativação f , obtendo assim a saída do neurônio (y) (RUSSEL; NORVIG, 2010). A equação (43) representa essa saída.

$$y = f(x_i w_{ij}) \quad (43)$$

De acordo com Haykin (2001) a função de ativação deve simular as características não lineares do neurônio biológico (SCARPIN, 2012). O Quadro 3 apresenta as funções de ativação mais utilizadas.

Quadro 3 – Tipos de função de ativação

Nome	Descrição	Equação
Função Linear	-	$f(x) = ax$
Função Degrau	Utilizada para valores binários.	$f(x) = \begin{cases} 1, se x > 0 \\ 0, se x \leq 0 \end{cases}$
Função Sigmoides	É também conhecida por função logística, e é contínua de forma a permitir a transição gradual entre os dois estados	$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$
Função Tangente Hiperbólica	É uma variação da função sigmoide, ou seja, uma função que varia no intervalo $[-1, 1]$.	$f(x) = \frac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}}$
Função Gaussiana	A saída do neurônio produz resultados iguais para aqueles valores de potencial de ativação $\{u\}$ que estejam posicionados a uma mesma distância de seu centro, sendo que a curva é simétrica em relação a este.	$f(x) = e^{-\frac{(u-c)^2}{2\sigma^2}}$, onde c é um parâmetro que define o centro da função gaussiana e σ denota o desvio-padrão associado a mesma.

Fonte: Adaptado de Scarpin (2012).

Conforme evidenciado na Quadro 3, são 5 as funções de ativação mais comumente utilizadas, sendo: i) Função Linear; ii) Função Degrau; iii) Função Sigmoides; iv) Função Tangente Hiperbólica; e v) Função Gaussiana. A escolha pela utilização de uma dessas funções de ativação, depende do formato de dados a serem inseridos na rede, e do formato dos dados de saída esperados.

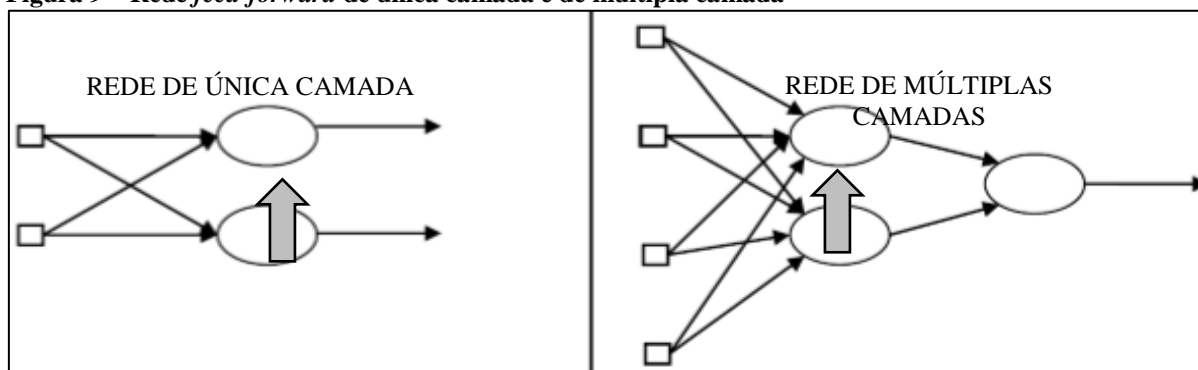
2.6.2 Topologia das RNA's

Atualmente existe uma vasta diversidade de redes neurais, cada qual produzindo resultados específicos. Dessa forma, surgiram classificações que objetivam separar as redes conforme determinada característica. A classificação clássica as divide em redes alimentadas a frente (*feed-forward*) e redes recorrentes (RUSSEL; NORVIG, 2010).

A rede alimentada à frente possui seus neurônios dispostos em camadas, de forma que podem existir redes com uma única camada ou com múltiplas camadas, e são, por definição, acíclicas. Assim sendo, o sinal é propagado somente no sentido entrada-saída da rede, por esse motivo, esse tipo de rede é também chamada de rede sem memória (RUSSEL; NORVIG, 2010).

Uma subclassificação, divide as redes *feed-forward* em dois grupos: i) de única camada oculta; e ii) de múltiplas camadas ocultas. É importante destacar que, neste tipo de rede as entradas de um neurônio são as saídas dos neurônios da camada anterior, ou seja, não existe ligação entre neurônios pertencentes a uma mesma camada (HAYKIN, 2001). A Figura 9 ilustra uma rede alimentada a frente de única camada e uma de múltiplas camadas.

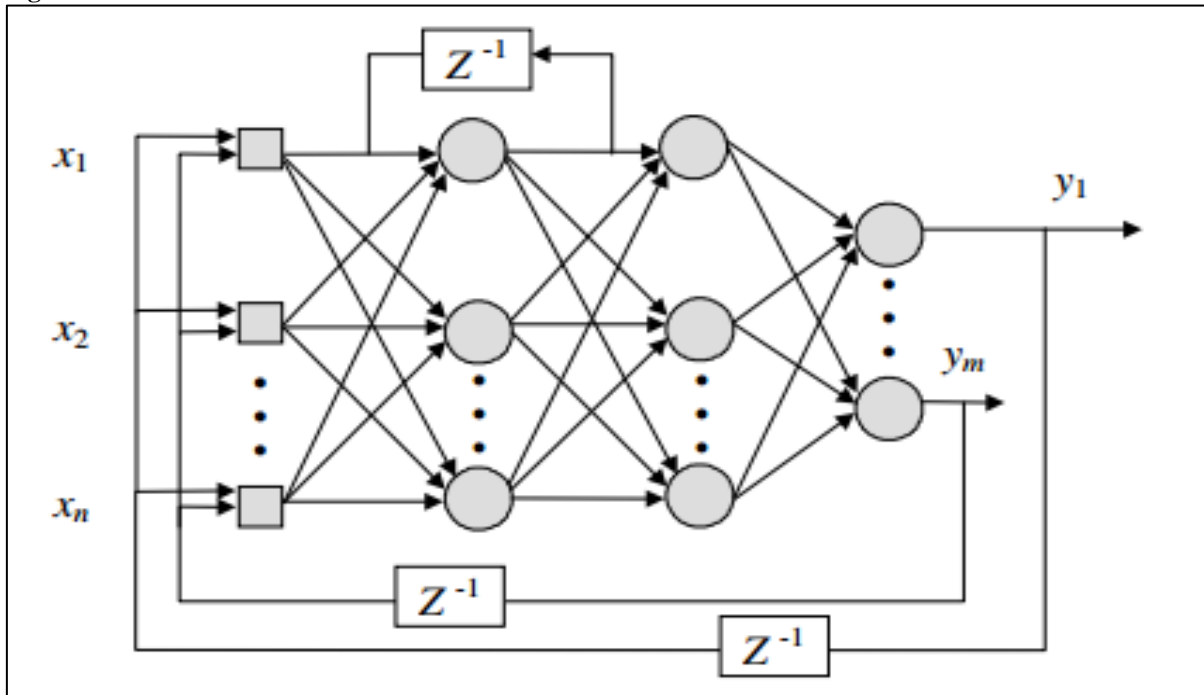
Figura 9 – Rede *feed-forward* de única camada e de múltipla camada



Fonte: Adaptado de Haykin (2001).

Por outro lado, existem redes que possuem laços de realimentação e são chamadas de recorrentes, e diferem das redes alimentadas a frente. No caso das redes recorrentes, a saída de um neurônio pode ser usada como entrada para outro neurônio de uma camada precedente, ou ainda, para o caso das redes auto-realimentadas, para o próprio neurônio. Esse tipo de rede é também chamado de rede com memória, e ao contrário das redes *feed-forward*, e sua organização não é rígida, de forma que seus neurônios tem liberdade para se ligar a qualquer outro neurônio da rede (HAYKIN, 2001). A Figura 10 apresenta uma rede recorrente.

Figura 10 – Rede recorrente



Fonte: Adaptado de Haykin (2001).

São exemplos de redes recorrentes a rede de Elman, a rede de Hopfield, rede de Jordan, dentre outras (HAYKIN, 2001).

2.6.3 Aprendizado das RNA's

Um processo iterativo cuja finalidade é o ajustamento dos parâmetros livres, dos pesos sinápticos que ocorre por meio de estímulos do ambiente é denominado processo de aprendizagem (HAYKIN, 2001). As RNA's apresentam duas formas distintas de aprendizado, sendo: i) aprendizado supervisionado; e ii) aprendizado não-supervisionado. O Quadro 4 descreve essas duas formas de aprendizado.

Quadro 4 – Tipos de aprendizagem das RNA's

Tipo de Aprendizado	Descrição
Aprendizado Supervisionado	Este processo é baseado num conjunto de entrada-saída apresentado à rede. A partir desta entrada, a rede realiza seu processamento e a saída é obtida comparada com a saída esperada. Caso essa saída esteja aquém da esperada, utiliza-se um processo de ajuste de pesos, visando minimizar o erro. O algoritmo mais utilizado em aprendizagem supervisionado é o <i>backpropagation</i> (retro propagação do erro).
Aprendizado Não-Supervisionado	Este processo é caracterizado pela ausência de algum elemento externo supervisor, ou seja, um padrão de entrada fornecido permite que a rede livremente escolha o padrão de saída a partir das regras de aprendizado adotadas. Pode ser aprendizado por reforço, que consiste no mapeamento entrada-saída através da interação com o ambiente. Ou aprendizagem

	auto-organizada, na qual a partir de métricas de qualidade do aprendizado ocorre a otimização dos parâmetros livres da rede. Os algoritmos mais importantes nesse caso, são Hopfield e redes de Kohonen
--	---

Fonte: Adaptado de Haykin (2001).

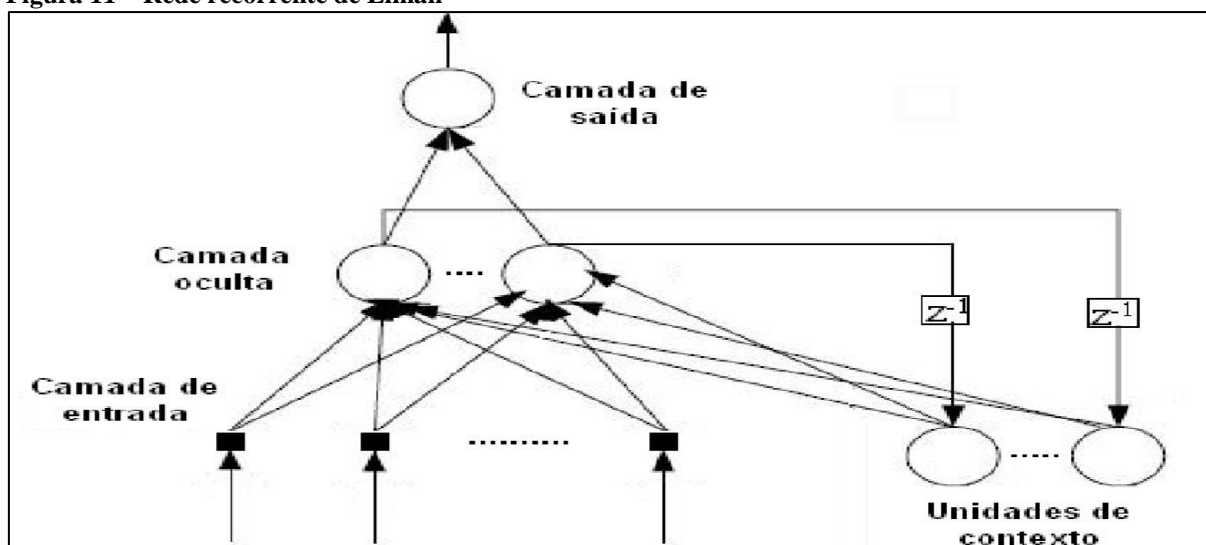
De acordo com o Quadro4, são dois os tipos de aprendizagem possíveis por parte da rede neural, supervisionado e não-supervisionado. O tipo de aprendizado a ser escolhido vai depender dos objetivos que o autor deseja alcançar.

2.6.4 Redes Recorrentes de Elman

Sistemas dinâmicos com propriedades sensitivas a sequências temporais constituem a definição de redes neurais recorrentes. *Jeffery Elman* psicolinguista da Universidade da Califórnia, em 1990, treinou uma rede recorrente que tinha por objetivo processar palavras dispostas em sequências de sentenças simples (GARCIA, 2006).

A rede descrita por Elman (1990), chamada de rede recorrente simples (SRN – *Simple Recurrent Network*), tem por base o seguinte funcionamento: agregar uma camada de unidades de contexto a um *perceptron* de uma camada oculta. As unidades de contexto armazenam as saídas dos neurônios da camada oculta por um passo de tempo e, por sua vez, o conteúdo é realimentado na camada de entrada. A Figura 11 ilustra a rede recorrente de Elman.

Figura 11 – Rede recorrente de Elman



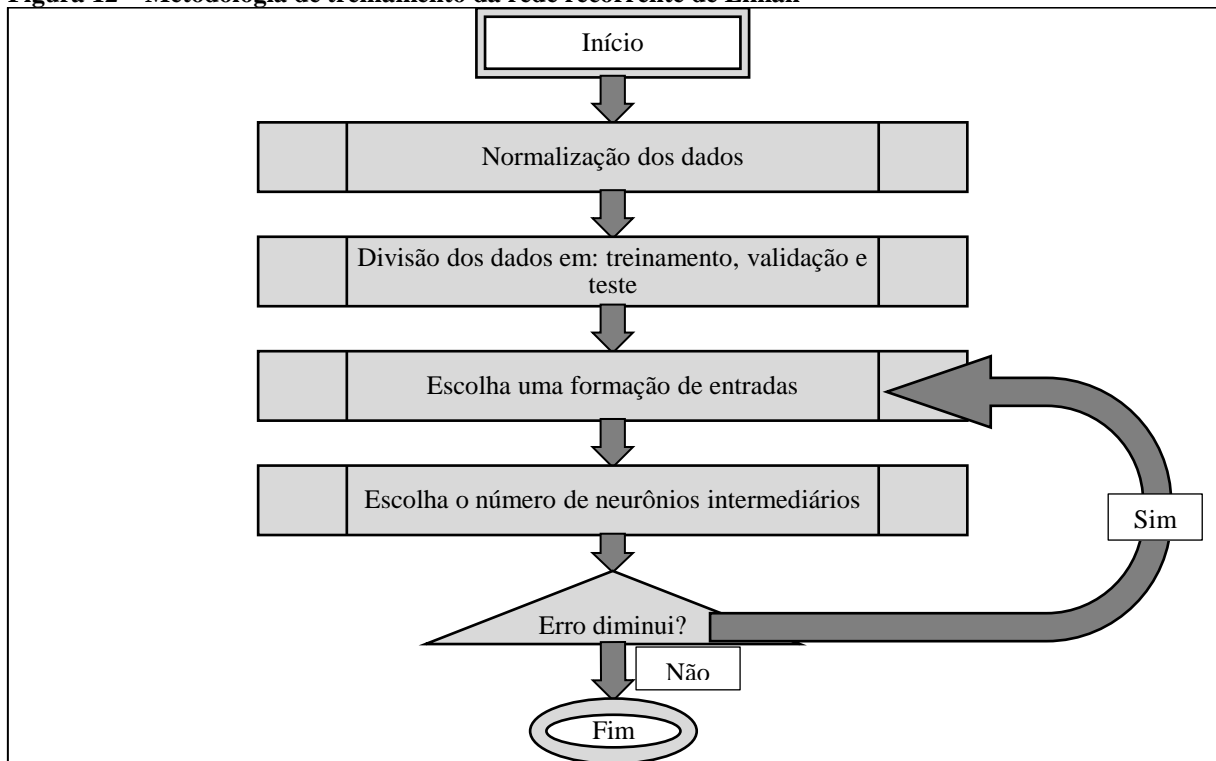
Fonte: Adaptado de Elman (1990).

Conforme descrito por Andrade e Silva (2011) para entender o funcionamento de uma rede de Elman, parte-se da suposição que existe uma sequência de entradas a serem processadas, e um relógio que regula a apresentação dessas entradas para a rede. A partir daí, o processamento é realizado a partir de uma sequência de eventos descritos conforme segue: i) no tempo t a camada de entrada recebe a primeira entrada da sequência, dependendo da natureza do problema, a entrada pode ser um valor escalar ou um vetor; ii) na sequência, as unidades de contexto recebem o valor inicial de 0,5; iii) é importante destacar que, tanto a camada de entrada quanto as unidades de contexto ativam a camada oculta; iv) a camada oculta, por sua vez, ativa a camada de saída e também ativam de volta as unidades de contexto. Esse processo descreve a ativação da rede recorrente de Elman.

A fase de aprendizado pode ou não ocorrer nesse ciclo de tempo, depende da tarefa a ser executada. Caso essa fase ocorra, as saídas obtidas são comparadas as saídas esperadas e o erro propagado de volta é usado para o ajuste dos pesos da rede recorrente. Fixa-se os pesos das conexões recorrentes em 1.0, e estes não passam por ajustes. Em seguida, no tempo $t+1$, a sequência descrita é repetida e, desta vez, as unidades de contexto contêm valores que são exatamente os valores da camada oculta no tempo t (ANDRADE; SILVA, 2011).

Conforme descrito por Elman (1990) na arquitetura apresentada na Figura 10, as unidades de contexto estão associadas ao contexto interno prévio, dessa forma, a camada oculta têm como função mapear tanto as entradas como o estado interno prévio para alguma saída desejada. Logo, a rede recorrente de Elman é sensível ao contexto temporal, e este efeito temporal está implícito aos seus estados internos. Esse efeito temporal atua como “memória”, e esta memória é altamente dependente de sua tarefa e de seus estímulos.

A metodologia de treinamento da rede recorrente de Elman é descrita pela Figura 12.

Figura 12 – Metodologia de treinamento da rede recorrente de Elman

Fonte: Adaptado de Andrade e Silva (2011).

Percebe-se na Figura 12, que o algoritmo da rede de Elman inicia com a normalização dos dados, na sequência separa-se os dados na parte de treinamento, validação e teste. Em seguida, deve-se escolher uma forma de entrar com os dados e o número de neurônios que irão compor a camada intermediária. Feito isso, é necessário analisar o erro, se ele diminui retoma-se o processo novamente da entrada de dados em diante. Se o erro não diminui mais, pode-se encerrar o algoritmo. É por essa retomada dos dados enquanto o erro continua diminuindo, que a Rede de Elman também é chamada de rede de camada recorrente.

2.7 ANÁLISE DE DADOS EM PAINEL

O modelo de dados em painel envolve, em sua análise, dados provenientes de várias *cross-sections* ao longo do tempo. Em outras palavras, é um modelo capaz de analisar simultaneamente diversas informações em vários períodos de tempo (FÁVERO et al, 2014). É importante salientar que a principal vantagem da análise de dados em painel apontada por Marques (2000), é a possibilidade de controlar a heterogeneidade individual, que em outras palavras quer dizer, a possibilidade de se medir separadamente os efeitos gerados por conta de diferenças existentes em cada observação em cada *cross-section*.

Destaca-se ainda, que a análise de dados em painel pode ser aplicada a modelos longitudinais para o estudo de fenômenos que sofrem influência das diferenças entre os indivíduos e da própria evolução temporal. Logo, também vale ressaltar, que os dados em painel carregam maior quantidade de informação, maior variabilidade dos dados, menor colinearidade entre as variáveis, maior número de graus de liberdade e portanto, maior eficiência na estimação (MARQUES, 2000).

Conforme afirma Fávero et al (2014) a inclusão da dimensão *cross-section*, num estudo temporal, credita maior variabilidade aos dados, e permite que, ao agregar dados, as séries resultantes sejam mais suaves em relação as séries individuais. Ressalta-se o importante fato de que o aumento da variabilidade dos dados contribui para a redução de um eventual problema de colinearidade entre variáveis.

A diversidade de modelos de dados em painel existentes atualmente é vasta. Todavia, a divisão básica entre esses modelos se dá separando-os em dois grupos: i) modelos de efeitos fixos; e ii) modelos de efeitos aleatórios. Apesar da nomenclatura, tanto os modelos de efeitos fixos quanto os modelos de efeitos aleatórios possuem efeitos, no nível individual (empresas), aleatórios (GREENE, 2007).

O modelo geral que descreve os dados em painel é dado por:

$$y_{it} = \beta_{0it} + \beta_{1it}x_{1it} + \dots + \beta_{nit}x_{kit} + \varepsilon_{it} \quad (44)$$

onde: i denota os diferentes indivíduos;

t denota o período de tempo que está sendo analisado;

β_0 refere-se ao parâmetro de intercepto; e

β_k refere-se ao coeficiente angular correspondente a k -ésima variável explicativa do modelo.

A forma matricial do modelo é dada por:

$$\begin{aligned} \bar{y}_i &= \begin{bmatrix} y_{i1} \\ y_{i2} \\ \vdots \\ y_{iT} \end{bmatrix}; X_i = \begin{bmatrix} x_{1i1} & x_{2i1} & \dots & x_{Ki1} \\ x_{1i2} & x_{2i2} & \dots & x_{Ki2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{1iT} & x_{2iT} & \dots & x_{KiT} \end{bmatrix}; \\ \beta_i &= \begin{bmatrix} \beta_{0i1} & \beta_{1i1} & \beta_{2i1} & \dots & \beta_{Ki1} \\ \beta_{0i2} & \beta_{1i2} & \beta_{2i2} & \dots & \beta_{Ki2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{0iT} & \beta_{1iT} & \beta_{2iT} & \dots & \beta_{KiT} \end{bmatrix}; \bar{\varepsilon}_i = \begin{bmatrix} \varepsilon_{i1} \\ \varepsilon_{i2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{iT} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (45)$$

onde: \bar{y}_i e $\bar{\varepsilon}_i$ são vetores de dimensão $(T \times 1)$ e contém, respectivamente, as T variáveis dependentes e os T erros;

X_i é uma matriz de dimensão $(K \times iT)$ com as variáveis explicativas do modelo;

β_i é a matriz dos parâmetros a serem estimados.

É fácil verificar que, para este modelo, o intercepto e os parâmetros resposta diferem para cada indivíduo e para cada período de tempo. Sendo assim, têm-se mais valores desconhecidos do que observações, o que torna impossível estimar esses parâmetros. Para tanto, faz-se necessário especificar suposições acerca do modelo geral, (44) ou (45), com o intuito de torná-lo estimável operacionalmente (DUARTE; LAMOUNIER; COLAUTO, 2008).

Ainda segundo os autores supra citados, existem três modelos que são os mais utilizados quando se trata de mesclar dados de séries temporais e dados de corte transversal. São eles: i) Modelo de Regressões Aparentemente Não-Relacionadas; ii) Modelos de Efeitos Fixos; e iii) Modelos de Efeitos Aleatórios.

2.7.1 Modelo de Regressões Aparentemente Não-Relacionados (SUR)

Conforme descrito por Hill, Griffith e Judge (1999), a partir do modelo geral, faz-se uma especificação e tem-se como resultado o modelo de regressão em painel SUR. Essas especificações são as seguintes:

$$\beta_{0it} = \beta_{0i}; \beta_{1it} = \beta_{1i}; \dots; \beta_{kit} = \beta_{ki} \quad (46)$$

Assim sendo, o modelo de regressão aparentemente não-relacionados supõe que o intercepto e os parâmetros diferem entre os indivíduos, porém supõe ainda, que esses mesmos parâmetros são constantes no tempo. Logo, o modelo resultante é dado por:

$$y_{it} = \beta_{0i} + \beta_{1i}x_{1it} + \dots + \beta_{ki}x_{kit} + e_{it} \quad (47)$$

Ou, em notação matricial, para o i -ésimo indivíduo:

$$\begin{bmatrix} y_{i1} \\ y_{i2} \\ \vdots \\ y_{iT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \beta_{0i} + \begin{bmatrix} x_{1i1} & x_{2i1} & \cdots & x_{Ki1} \\ x_{1i2} & x_{2i2} & \cdots & x_{Ki2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{1iT} & x_{2iT} & \cdots & x_{KiT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{1i} \\ \beta_{2i} \\ \vdots \\ \beta_{Ki} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{i1} \\ e_{i2} \\ \vdots \\ e_{iT} \end{bmatrix} \quad (48)$$

Existem outras suposições acerca do modelo SUR que são expostas a seguir (HILL; GRIFFITHS; JUDGE, 1999):

- i) $Var(e_{it}) = \sigma_i^2$ e $Var(e_{jt}) = \sigma_j^2$, sendo que $\sigma_i^2 \neq \sigma_j^2$;
- ii) $Cov(e_{it}, e_{jt}) = \sigma_{ij} \neq 0$.

A suposição i é de que a variância do erro é constante, contudo essa mesma variância, muda de uma equação para a outra. Em outras palavras, existe heterocedasticidade entre as diferentes unidades observadas. Por sua vez, a segunda suposição mostra a existência de correlação entre os erros das diferentes equações para o mesmo período de tempo.

O modelo SUR não pode ter seus parâmetros estimados por meio do método dos mínimos quadrados ordinários, pois existe correlação entre os erros o que levaria a estimadores viciados. Por essa condição, utiliza-se os métodos dos mínimos quadrados generalizados, visto que este modelo fornecerá estimadores não viciados.

A grande vantagem do modelo de regressão aparentemente não-relacionada é o fato de considerar a correlação entre os erros. Pois, ao considerar que os erros das equações de cada indivíduo são correlacionados, as próprias equações ficam relacionadas. E é a inclusão desta informação adicional no modelo que aumenta a precisão da estimação de seus parâmetros (DUARTE; LAMOUNIER; COLAUTO, 2008).

De acordo com os autores supra citados, o modelo SUR possui ainda uma limitação. Esta diz respeito ao fato de quando existir um número muito grande de indivíduos, o número de parâmetros a ser estimado também será grande, o que pode ocasionar estimativas pouco fidedignas do modelo em questão.

2.7.2 Modelo de Efeitos Fixos

O modelo de efeitos fixos tem como pretensão realizar o controle dos efeitos das variáveis omitidas que variam entre indivíduos e permanecem constantes ao longo do tempo. Com o intuito de atingir seu objetivo, o modelo supõe que o intercepto varia de um indivíduo para outro, mas é constante ao longo do tempo, ao passo que, por sua vez, os parâmetros de

resposta são constantes para todos os indivíduos e em todos os períodos de tempo. Conforme exposto por Hill, Griffiths e Judge (1999), as suposições para o modelo de efeitos fixos são:

$$\beta_{0it} = \beta_{0t}; \beta_{1it} = \beta_1; \dots; \beta_{kit} = \beta_k \quad (49)$$

Portanto, a equação do modelo de efeitos fixos é dada por:

$$y_{it} = \alpha_1 + \beta_1 x_{1it} + \dots + \beta_k x_{kit} + e_{it} \quad (50)$$

A forma matricial para o i-ésimo indivíduo é dada por:

$$\begin{bmatrix} y_{i1} \\ y_{i2} \\ \vdots \\ y_{iT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \alpha_1 + \begin{bmatrix} x_{1i1} & x_{2i1} & \dots & x_{Ki1} \\ x_{1i2} & x_{2i2} & \dots & x_{Ki2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{1iT} & x_{2iT} & \dots & x_{KiT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{i1} \\ e_{i2} \\ \vdots \\ e_{iT} \end{bmatrix} \quad (51)$$

onde: α_1 representa os interceptos a serem estimados, sendo um para cada indivíduo.

Como para o modelo de efeitos fixos, os parâmetros de resposta não variam entre os indivíduos e nem ao longo do tempo, todas as diferenças de comportamento entre os indivíduos deverão ser captadas pelo intercepto. É nesse sentido, que interpreta-se α_1 como o efeito das variáveis omitidas no modelo. Ainda outra suposição feita acerca do modelo é que o intercepto é um parâmetro fixo e desconhecido que capta as diferenças entre os indivíduos que estão na amostra. Dessa forma, as inferências feitas acerca do modelo são somente sobre os indivíduos dos quais dispõe-se de dados (DUARTE; LAMOUNIER; COLAUTO, 2008).

A partir do modelo clássico de efeitos fixos, pode-se fazer uma especificação que utiliza variáveis binárias para representar os interceptos específicos para cada indivíduo. Para este caso específico, a equação geral é definida por:

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_1 x_{1it} + \dots + \beta_k x_{kit} + \gamma_1 D_{1i} + \gamma_2 D_{2i} + \gamma_3 D_{3i} + \dots + \gamma_n D_{ni} + e_{it} \quad (52)$$

onde: D_{ni} representa uma variável binária para cada indivíduo e equivale a um quando $i = n$ e a zero caso contrário.

Vale ressaltar que essa equação, (52), apresenta uma variável binária para cada indivíduo (n variáveis binárias), resultando no problema de multicolinearidade perfeita. Para

eliminar esse problema deve-se omitir uma variável binária, dessa forma o modelo proposto por Stock e Watson (2004) tem a forma:

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_1 x_{1it} + \dots + \beta_k x_{kit} + \gamma_2 D_{2i} + \gamma_3 D_{3i} + \dots + \gamma_n D_{ni} + e_{it} \quad (53)$$

onde: $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ são os parâmetros que deverão ser estimados.

Quando $i = 1$, o intercepto é dado por $\beta_0 = \alpha_1$. Para $i \geq 2$, o intercepto é dado por $\beta_0 + \gamma_i$. O método dos mínimos quadrados ordinários é utilizado para estimar os parâmetros do modelo de efeitos fixos, e neste caso as estimativas são não tendenciosas e consistentes, uma vez que o modelo pressupõe que os erros possuem distribuição normal, variância constante e não são correlacionados (STOCK; WATSON, 2004).

Conforme Stock e Watson (2004) o modelo que possui variáveis binárias produz os mesmos resultados da estimação de efeitos fixos. Entretanto, o uso de variáveis binárias no modelo não é uma alternativa prática, visto que, mesmo com uma pequena quantidade de indivíduos no modelo, o número de parâmetros a serem estimados cresce muito. Desta forma, por vezes, a regressão que contém variáveis binárias pode até mesmo ser impossível de ser implementada para um grande número de variáveis.

O modelo clássico de efeitos fixos, isto é, o modelo sem as variáveis binárias, é a opção mais vantajosa para modelar dados em painel quando o intercepto α_1 é correlacionado com as variáveis explicativas em qualquer período de tempo. Além disso, como o intercepto do modelo é considerado um parâmetro fixo, também é desejável usar efeitos fixos quando as observações são obtidas de toda a população e o que se deseja fazer são inferências para os indivíduos dos quais dispõe-se de dados (DUARTE; LAMOUNIER; COLAUTO, 2008).

2.7.3 Modelo de Efeitos Aleatórios

As mesmas especificações do modelo de efeitos fixos valem para o modelo de efeitos aleatórios, ou seja, o intercepto varia de um indivíduo para o outro, mas não ao longo do tempo, e os parâmetros resposta são constantes para todos os indivíduos e em todos os períodos de tempo. A forma como o intercepto é tratado é que proporciona a diferença entre os dois tipos de modelo (DUARTE; LAMOUNIER; COLAUTO, 2008).

Ao contrário do que acontece no modelo de efeitos fixos, no qual o intercepto é tratado como parâmetro fixo, no modelo de efeitos aleatórios o intercepto é tratado como variável

aleatória. Em outras palavras, o modelo considera que os indivíduos sobre os quais dispõe-se de dados são amostras aleatórias de uma população maior de indivíduos. Conforme descrito pelos autores Hill, Griffiths e Judge (1999), o modelo dos n interceptos são:

$$\beta_{0i} = \bar{\beta}_0 + \alpha_i \quad i = 1, \dots, n \quad (54)$$

Como percebe-se, o intercepto do modelo de efeitos variáveis é composto pelo intercepto do modelo de efeitos fixos (α_1), responsável por captar as diferenças de comportamento dos indivíduos, e por um segundo componente, $\bar{\beta}_0$, que corresponde ao intercepto populacional.

Dessa forma, o modelo geral de efeitos aleatórios é dado por:

$$y_{it} = \bar{\beta}_0 + \beta_1 x_{1it} + \dots + \beta_k x_{kit} + v_{it} \quad (55)$$

onde: $v_{it} = e_{it} + \alpha_i$ representa o erro.

A forma matricial desse modelo para o i -ésimo indivíduo é dada por:

$$\begin{bmatrix} y_{i1} \\ y_{i2} \\ \vdots \\ y_{iT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \bar{\beta}_0 + \begin{bmatrix} x_{1i1} & x_{2i1} & \dots & x_{Ki1} \\ x_{1i2} & x_{2i2} & \dots & x_{Ki2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{1iT} & x_{2iT} & \dots & x_{KiT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{i1} \\ v_{i2} \\ \vdots \\ v_{iT} \end{bmatrix} \quad (56)$$

O novo termo estocástico deve cumprir quatro propriedades, descritas por Hill, Griffiths e Judge (1999), conforme segue:

- i) $E(v_{it}) = 0$;
- ii) $Var(v_{it}) = \sigma_e^2 + \sigma_a^2$;
- iii) $Cov(v_{it}, v_{is}) = \sigma_a^2, \forall t \neq s$;
- iv) $Cov(v_{it}, v_{jt}) = 0, \forall t \neq j$.

As duas primeiras propriedades indicam que v_{it} possui média zero e variância constante, ou seja, o erro é homocedástico. A terceira propriedade trata do fato dos erros do mesmo indivíduo em diferentes períodos de tempo serem correlacionados, o que caracteriza a autocorrelação. Por fim, a quarta propriedade apresenta que os erros de diferentes indivíduos no mesmo instante de tempo não são correlacionados, em outras palavras, não existe correlação entre os erros.

É importante salientar que, como existe correlação entre os erros do mesmo indivíduo em períodos diferentes, o método dos mínimos quadrados ordinários não é apropriado para estimar os coeficientes do modelo de efeitos aleatórios. Dessa forma, os parâmetros, uma vez mais, devem ser estimados pelo método dos mínimos quadrados generalizados (HILL; GRIFFITHS; JUDGE, 1999).

Como explicam os autores acima citados, o que deve ser considerado para decidir entre o modelo de efeitos fixos ou o modelo de efeitos aleatórios é o efeito não observado α_1 . O modelo de efeitos aleatórios é o mais indicado para casos em que α_1 não é correlacionado com todas as variáveis explicativas, já caso contrário, ou seja, se α_1 for correlacionado com algumas variáveis explicativas, o modelo de efeitos fixos é o mais adequado.

2.8 TRABALHOS ANTERIORES

Esta seção apresenta estudos que já utilizaram metodologias clássicas e redes neurais para previsão de séries temporais, sejam financeiras ou não. Destacam-se 13 pesquisas explicadas resumidamente abaixo, sendo 6 internacionais e 7 nacionais, pois estas foram as mais próximas ao tema dentre a bibliografia consultada.

Na pesquisa realizada por Sharpe (1963) o objetivo era descrever as vantagens do uso de um modelo específico para analisar a relação entre títulos, ou seja, uma aplicação prática da teoria de portfólio de Markovitz. Com o intuito de atingir seu objetivo, o autor desenvolve programas computacionais capazes de analisar os modelos, e conclui que não é tarefa simples encontrar um modelo de baixo custo computacional e atraente para os investidores.

Bruni (1998), em sua dissertação, tinha por objetivo analisar o comportamento das ações das empresas não financeiras negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo entre os anos de 1996 e 1998, com base em regressões *cross-section* anuais. Os resultados apontados pelo autor sugerem que não foi possível evidenciar relação significativa entre os retornos reais e os betas das ações, calculados em relação ao Ibovespa sobre um horizonte de 24 meses. Em contrapartida, outras variáveis, como endividamento e relação do valor contábil sobre o valor de mercado revelaram-se bastante significativa.

O estudo realizado por Antunes e Procianoy (2002) tem por objetivo fornecer evidências do impacto das decisões de investimento das empresas nos preços das ações no mercado de capitais. Para isso foi utilizado o método estudo de evento, e como conclusão os autores apontam que foi encontrada relação entre a variação do ativo permanente e a variação

do valor da ação da empresa no mercado. Por fim, destaca-se que as evidências empíricas encontradas estão em consonância com a teoria da decisão de investimento.

Pai e Lin (2005) realizaram um estudo cujo objetivo era propor uma metodologia híbrida (ARIMA e SVMs) na previsão de preço de ações. Os autores optaram por uma metodologia híbrida pois argumentam que o modelo ARIMA não é capaz de modelar padrões não-lineares, ao passo que Support Vector Machines apresentaram resultados satisfatórios na estimação de regressões não-lineares. O trabalho foi realizado com valores numéricos reais para testar a precisão do modelo proposto. De acordo com os autores, os resultados encontrados se mostraram bastante promissores.

Em sua pesquisa, Figueiredo (2008) tinha como objetivo analisar qual das técnicas, metodologia Box & Jenkins ou redes neurais de bases radiais, eram mais adequadas para obter a previsão de valores futuros da demanda de vendas de uma linha de produtos de uma empresa da região de Joinville. Como conclusão do trabalho destaca-se que a previsão feita por redes neurais de base radial é a mais adequada, visto que apresentou os menores erros quadráticos.

No estudo realizado por Abbasi e Abouec (2008) o objetivo era encontrar um modelo para investigar a tendência dos preços das ações de empresas que compõem a Bolsa de Valores do Teerã. O modelo sugerido pelos autores é chamado de Sistema de Inferência *Neuro-Fuzzy* adaptado e uma investigação de longo prazo e de curto prazo, para cada período mudando as variáveis de análise. Como conclusão da pesquisa os autores apontam que a tendência do preço das ações pode ser determinada pelo menor valor de erro, em outras palavras, é possível escolher o melhor modelo de avaliação de tendência considerando o menor erro encontrado.

No trabalho de Ferreira et al (2011) o principal objetivo foi analisar a utilização de redes neurais artificiais como estratégia de previsão de preços no contexto do agronegócio. O modelo de rede neural adotado na pesquisa é o *Perception*, e os resultados indicam a possibilidade de uso dessa metodologia como estratégia de precificação dos preços de *commodities* agrícolas em mercados futuros. Todavia, os autores fazem uma ressalva em relação aos vieses cognitivos inerentes a qualquer processo de tomada de decisão, devendo-se tomar cuidado com as escolhas tanto para o modelo, quanto em relação aos resultados obtidos.

Conforme descrito por Scarpin (2012) seu estudo teve como objetivo prever as vendas de produtos aplicada a um sistema de reposição no varejo supermercadista. Para isso, utilizou-se o algoritmo clássico de previsão de séries temporais, bem como a rede neural de função de

base radial. Os resultados obtidos foram satisfatórios reduzindo a ruptura nos hiper e nos supermercados, gerando vantagens competitivas para a empresa.

Em seu trabalho, Zuo e Kita (2012) tiveram como objetivo descrever a relação entre preço e lucro utilizando a rede neural Bayesiana. Para a realização da pesquisa foram usados exemplos numéricos e analisadas duas empresas, Nikkei e Toyota Motors. Como resultados, os autores apontam que a utilização da rede Bayesiana apresenta resultados melhores do que os modelos tradicionais de previsão de séries temporais.

Leite (2014) em sua dissertação propõe a utilização do *Moving Average Convergence Divergence* (MACD) e o Índice de Força Relativa (IFR), que são indicadores técnicos, como reguladores do parâmetro de aversão ao risco aplicado ao Modelo de Markowitz. No resultado encontrado pelo autor verifica-se que os modelos regulados pelos referidos indicadores técnicos apresentaram desempenho superior ao dos modelos de parâmetro fixo, ao da carteira teórica do Índice Bovespa e ao de uma carteira diversificada de forma ingênua, para o período de 2008 a 2010.

Na pesquisa realizada por Franco e Steiner (2014) o objetivo era comparar a rede perceptron de múltiplas camadas, a rede alimentada adiante focada atrasada no tempo, a rede neural de base radial e a rede de camada recorrente para previsão de séries temporais financeiras, notadamente o valor futuro de ações do mercado de capitais. A análise dos dados se deu por meio de comparação entre os valores previstos pelas redes e os valores reais do histórico, por meio do erro quadrático médio. De forma conclusiva, destaca-se que a rede de camada recorrente apresentou os menores erros, porém todos os resultados foram satisfatórios.

Dey et al (2016) realizaram um estudo que teve por objetivo projetar um modelo eficiente que faça previsão de tendência de estoque com precisão. Para isso, os autores utilizaram o algoritmo *eXtreme Gradient Boosting* (XGBoost) que já se mostrou satisfatório em estudos anteriores. Como resultados da pesquisa os autores descrevem que o XGBoost se mostrou significativamente melhor que os demais algoritmos descritos na literatura. Além disso, o algoritmo estudado mostrou-se eficiente também para previsões de longo prazo, o que não acontece com os modelos já descritos na literatura.

Por sua vez, na pesquisa realizada por Singh e Tripathi (2016) o objetivo foi examinar a volatilidade e a necessidade de previsão dos preços com precisão no mercado acionário indiano após a introdução de contratos futuros. Segundo os autores, com o intuito de perceber a volatilidade do mercado foram utilizados modelos GARCH para previsão. Os resultados apontam que a introdução de contratos futuros apresenta uma mudança significativa na

volatilidade do índice analisado, bem como a diminuição da volatilidade para as demais empresas.

As pesquisas acima apresentadas têm por finalidade evidenciar que estudos anteriores já permearam o tema de pesquisa. Entretanto, nenhum destes realizou estudos com o foco especificado nesta pesquisa.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este capítulo tem por finalidade descrever os métodos e procedimentos utilizados na realização da presente pesquisa, especificamente o delineamento da pesquisa; população e amostra; coleta de dados, variável analisada e período de análise; modelo de previsão por séries temporais – Box e Jenkins e ARCH-GARCH; modelo de previsão por redes neurais de camada recorrente; modelo de previsão por análise de dados em painel.

3.1 DELINEAMENTO DA PESQUISA

A presente pesquisa é caracterizada, em relação aos seus objetivos, como descritiva, visto que tem como objetivo avaliar qual o melhor modelo de previsão do preço das ações da carteira teórica composta pelas empresas integrantes do IBrX-50. Conforme Raupp e Beuren (2004), pesquisas do tipo descritiva tem como pretensão esclarecer aspectos que são comuns a determinadas populações. Vale destacar que, de acordo com Gil (2002), a importância de pesquisas deste tipo está na produção de dados e hipóteses que sustentam a pesquisa explicativa.

No que tange os procedimentos de pesquisa, tem-se, neste caso, um estudo documental, pois as demonstrações contábeis publicadas na BM&FBovespa e o *Bloomberg* serviram como base para coleta dos dados. Segundo Gil (2002), pesquisas documentais têm como base materiais que ainda não receberam tratamento analítico. Na visão de Martins e Teóphilo (2009) a pesquisa documental tem muitas semelhanças com a pesquisa bibliográfica, entretanto a diferença reside na natureza da fonte de dados. A primeira se utiliza de materiais de fontes primárias (que ainda não foram objeto de análise), ao passo que a segunda faz uso de materiais de fontes secundárias (livros, jornais, artigos, etc.).

Em relação à abordagem dada ao problema de pesquisa, classifica-se o presente estudo em quantitativo, já que o emprego de técnicas matemáticas e estatísticas é predominante em toda a pesquisa. Segundo Richardson (1989) pesquisas de caráter quantitativo tem como característica essencial a quantificação, tanto na coleta quando no tratamento dos dados. Nesse mesmo sentido Raupp e Beuren (2004, p. 92), afirmam que “a abordagem quantitativa caracteriza-se pelo emprego de instrumentos estatísticos, tanto na coleta quanto no tratamento dos dados.”

3.2 POPULAÇÃO E AMOSTRA

A população de pesquisa compreende todas as empresas que compunham o índice IBRX-50 da BM&FBovespa no 1º quadrimestre (janeiro – abril) de 2015, perfazendo um total de 50 empresas. Integram esse grupo empresas pertencentes aos diversos setores econômicos da bolsa.

Segundo informação pública disponível no *site* da BM&FBovespa, o IBRX-50 é um índice que mede o retorno total de uma carteira teórica composta por 50 ações selecionadas entre as mais negociadas na bolsa em termos de liquidez, ponderadas na carteira pelo valor de mercado das ações disponíveis à negociação. Este índice foi desenvolvido para ser um referencial para os investidores e administradores de carteira, e também para possibilitar o lançamento de derivativos (futuros, opções sobre futuro e opções sobre índice).

O IBRX-50 tem as mesmas características do IBRX – Índice Brasil, que é composto por 100 ações, entretanto o índice utilizado neste estudo apresenta a vantagem operacional de ser mais facilmente reproduzido pelo mercado. Conforme mencionado anteriormente, o IBRX-50 é composto pelos 50 papéis mais líquidos da bolsa, escolhidos de acordo com dois critérios, sendo (BM&FBOVESPA, 2015): i) ser uma das 50 ações com maior índice de negociabilidade apurados nos doze meses anteriores à reavaliação; ii) ter sido negociada em pelo menos 80% dos pregões ocorridos nos doze meses anteriores à formação da carteira.

O Quadro 5 apresenta as empresas que compõem a população da pesquisa.

Quadro 5 – Descrição da população da pesquisa

EMPRESAS				
ALL AMER LAT	BRASKEM	ESTACIO PART	LOJAS AMERIC	SABESP
AMBEV S/A	BRF SA	FIBRIA	LOJAS RENNER	SID NACIONAL
BBSEGURIDADE	CCR SA	GERDAU	MRV	SOUZA CRUZ
BMFBOVESPA	CEMIG	HYPERMARCAS	NATURA	SUZANO PAPEL
BR MALLS PAR	CETIP	ITAUSA	OI	TELEF BRASIL
BR PROPERT	CIA HERING	ITAUUNIBANCO	P.ACUCAR-CBD	TIM PART S/A
BRADESCO	CIELO	JBS	PDG REALT	ULTRAPAR
BRADESCO	COSAN	KLABIN	PETROBRAS	USIMINAS
BRADESPAR	CYRELA REALT	KROTON	PETROBRAS	VALE
BRASIL	EMBRAER	LOCALIZA	QUALICORP	VALE

Fonte: Elaborado pelo autor.

Conforme exposto no Quadro 5 e pela própria definição do índice IBRX-50, 50 empresas compõem a população da presente pesquisa. Por sua vez a amostra da pesquisa é composta por 20 empresas, as demais empresas foram retiradas da amostra por falta de dados disponíveis para análise.

O Quadro 6 expõe as empresas que compõem a amostra da pesquisa.

Quadro 6 – Amostra da pesquisa

EMPRESAS			
01	BRABESCO	11	ITAUUNIBANCO
02	BRABESPAR	12	KLABIN
03	BANCO DO BRASIL	13	LOJAS AMERICANAS
04	BRASKEM	14	PETROBRAS
05	BRF S/A	15	SID NACIONAL
06	CCR S/A	16	SUZANO PAPEL
07	CEMIG	17	TELEF BRASIL
08	CIA HERING	18	TIM PART S/A
09	GERDAU	19	USIMINAS
10	ITAUSA	20	VALE

Fonte: Elaborado pelo autor.

O Quadro 6 evidencia quais são as empresas componentes da amostra, cada qual com seu nome. Cabe ressaltar que são 20 empresas, de diferentes setores de atuação, visto que apenas estas possuem ações negociadas na bolsa desde 2004 ou antes, de forma a permitir a realização da pesquisa.

3.3 PROCEDIMENTOS DE COLETA DE DADOS

Os dados utilizados na presente pesquisa foram obtidos por meio da base de dados *Bloomberg*. Para alguns esclarecimentos adicionais, foram também consultadas às demonstrações contábeis disponibilizadas no endereço eletrônico da BM&FBovespa.

Dado que os objetivos específicos do trabalho são prever o preço das ações das empresas que compõem o índice IBRX-50 por quatro modelos diferentes, a variável analisada neste estudo é preço de ação. Foi considerado o preço de fechamento da ação em dias que houve negociação. Portanto os dados coletados são diários.

Por fim, o período de análise da variável de pesquisa é de 13 anos, iniciando em 02/01/2004 e findando em 31/08/2016. Dessa forma, cada empresa analisada terá 3138 dados coletados.

Desses período, 3115 observações são utilizados como dados e 23 observações, referentes ao mês de agosto de 2016, utiliza-se como comparação entre os valores previstos e os valores reais. Optou-se por utilizar esse período de análise, com o intuito de garantir que as flutuações de mercado fossem capturadas e deixassem os modelos mais robustos.

A Figura 13 apresenta, de forma resumida, as informações discutidas nesta seção.

Figura 13 – Resumo da coleta dos dados, variável analisada e período de análise

Coleta de dados:	Variável analisada:	Período de análise:
<ul style="list-style-type: none"> • <i>Bloomberg</i>; • Demonstrações contábeis - BM&FBovespa. 	<ul style="list-style-type: none"> • Preço diário de fechamento da ação. 	<ul style="list-style-type: none"> • 02/01/2004 até 31/08/2016, totalizando 3138 observações.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Conforme explicado na Figura 13, os dados foram coletados do Bloomberg, a variável utilizada na análise foi o preço diário de fechamento da ação coletados do dia 02/01/2004 até o dia 31/08/2016.

3.4 PROCEDIMENTOS E ANÁLISE DE DADOS

Para dar sequência ao trabalho, após a coleta dos dados, procede-se a análise dos mesmos, com vistas a atender os objetivos desta pesquisa.

Na primeira etapa da pesquisa, será realizada a previsão das séries financeiras de cada empresa utilizando o modelo clássico de análise de séries temporais – Box & Jenkins. Para isso, utilizou-se o *software* Gretl®. Na sequência, as previsões de cada empresa foram calculadas pelo modelo ARCH-GARCH, para isso utilizou-se o *software* Eviews®.

No passo seguinte, foi realizada a previsão das séries financeiras objeto de estudo por meio das redes neurais de camada recorrente ou redes de Elman. Para isso, utilizou-se um código criado no *software* MatLab®, descrito no Apêndice A.

Para a etapa posterior é necessário uma adaptação do modelo que já existe, análise de dados em painel. Este modelo originalmente rege *cross-sections* combinadas com séries temporais. Todavia, a análise realizada até a segunda etapa tratava individualmente de cada empresa, ao passo que essa terceira etapa aborda todas as 20 empresas analisadas de uma única vez.

Além disso, para proceder a análise clássica de dados em painel, necessita-se de uma variável dependente e ao menos uma variável independente. No caso do presente estudo, tem-se apenas uma variável em análise, preço de ação. Para resolver esse impasse, recorreu-se ao modelo de Koyck, cuja ideia é utilizar um dado passado na equação atual, em outras palavras, no modelo original a variável dependente y_{t-1} passa a ser uma variável independente no momento que calcula-se y_t .

Na adaptação proposta nessa tese, a ideia é justamente considerar y_{t-1} , que seria uma variável dependente, como uma variável independente no modelo em que y_t é a variável

dependente. Então, em outras palavras, tem-se o preço da ação no período anterior como variável independente e o preço da ação no período atual como variável dependente. O *software Gretl®* foi utilizado no procedimento de análise de dados em painel.

Após ter todas as previsões, feitas pelos quatro modelos de análise, foi calculado o erro de cada modelo em relação aos valores observados. Três tipos de erro foram determinados, sendo i) erro quadrático médio; ii) erro absoluto médio; iii) erro percentual absoluto médio. Esses erros foram calculados com o intuito de comparar os modelos de previsão e ver quais apresentaram as melhores previsões. Os erros foram calculados conforme segue nas equações abaixo:

$$\text{Erro Quadrático Médio (MQE)} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e_t^2} \quad (57)$$

$$\text{Erro Absoluto Médio (MAE)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |e_t| \quad (58)$$

$$\text{Erro Percentual Absoluto Médio (MAPE)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|e_t|}{y_t} \quad (59)$$

onde: N é o tamanho da amostra, para o presente estudo N=20 previsões; e_t é a diferença entre o valor previsto e o valor observado; e y_t é o valor previsto.

4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Este capítulo tem o intuito de apresentar os resultados da pesquisa empírica, de forma a realizar a ligação com a teoria abordada. Está dividido em seis seções, sendo que na primeira apresenta-se a caracterização das empresas componentes da amostra; na segunda apresentam-se os resultados encontrados com a utilização dos modelos ARIMA, na terceira os resultados dos modelos ARCH-GARCH, na sequência os resultados obtidos com a utilização da rede de camada recorrente, na quinta seção os resultados do modelo de Dados em Painel, e por fim, uma comparação entre os erros encontrados em cada uma dos modelos anteriores.

4.1 CARACTERIZAÇÃO DAS EMPRESAS ANALISADAS

Ao todo foram analisadas 20 empresas, dado que o critério para determinação dessa amostra foi empresas componentes do índice IBRX-50 que estavam listadas na BM&FBovespa desde ao menos 2004. O Quadro 7 apresenta algumas características das empresas analisadas.

Quadro 7 – Descrição das empresas pesquisadas

	Empresa	Nome de pregão	Setor de atuação
01	Banco Bradesco S/A	BRADESCO	Financeiro e Outros
02	Bradespar S/A	BRADSPAR	Financeiro e Outros
03	Banco do Brasil S/A	BANCO DO BRASIL	Financeiro e Outros
04	Braskem S/A	BRASKEM	Materiais Básicos
05	BRF S/A	BRF S/A	Consumo Não Cíclico
06	CCR S/A	CCR S/A	Construção e Transporte
07	Cia Energética Minas Gerais	CEMIG	Utilidade Pública
08	Cia Hering	CIA HERING	Consumo Cíclico
09	Gerdau S/A	GERDAU	Materiais Básicos
10	Itaúsa – Investimentos Itaú S/A	ITAUSA	Financeiro e Outros
11	Itaú Unibanco Holding S/A	ITAUUNIBANCO	Financeiro e Outros
12	Klabin	KLABIN	Materiais Básicos
13	Lojas Americanas S/A	LOJAS AMERIC	Consumo Cíclico
14	Petróleo Brasileiro S/A	PETROBRAS	Petróleo, Gás e Biocombustíveis
15	Cia Siderúrgica Nacional	SID NACIONAL	Materiais Básicos
16	Suzano Papel e Celulose S/A	SUZANO PAPEL	Materiais Básicos
17	Telefônica Brasil	TELEF BRASIL	Telecomunicações
18	Tim Participações S/A	TIM PART S/A	Telecomunicações
19	Usinas Siderúrgicas de Minas Gerais S/A	USIMINAS	Materiais Básicos
20	Vale S/A	VALE	Materiais Básicos

Fonte: BM&FBovespa.

Conforme evidenciado no Quadro 7, empresas pertencentes a 8 diferentes setores foram analisadas. O setor que apresentou maior número de empresas foi o de Materiais Básicos, sendo representado por 7 empresas dentre os componentes da amostra. O segundo

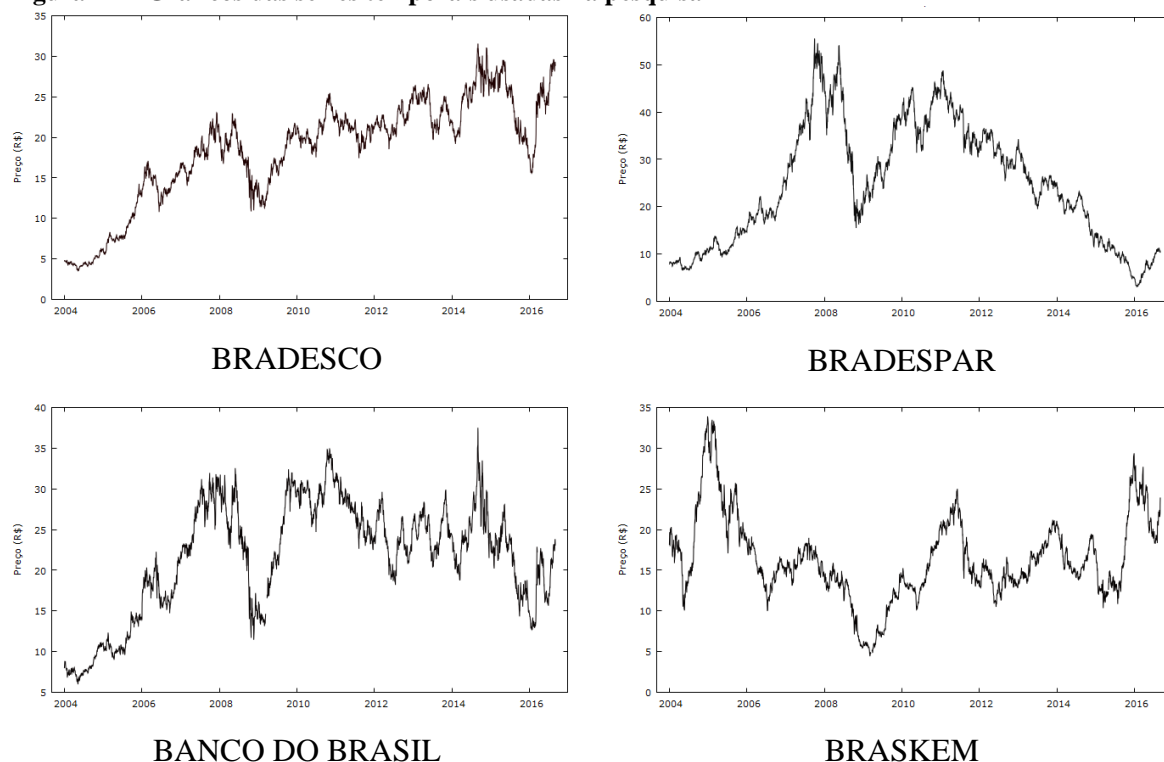
setor com o maior número de empresas analisadas é o Financeiro e Outros, sendo representado por 5 empresas.

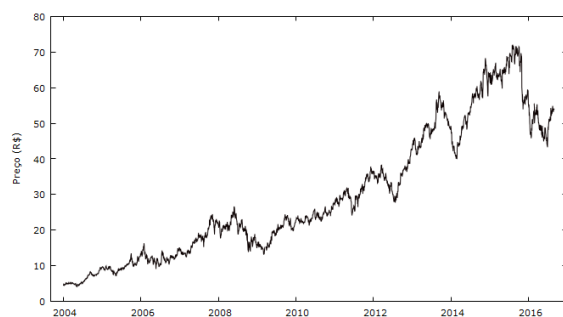
Por sua vez, o setor de Telecomunicações e de Consumo Cíclico estão representados por 2 empresas. Por fim, com apenas uma empresa representando a amostra, encontram-se os setores de Consumo Não Cíclico, Construção e Transporte, Utilidade Pública e Petróleo, Gás e Biocombustíveis.

Ainda no Quadro 7 expõe-se o nome real e o nome de pregão de cada empresa analisada. Esta informação é relevante no estudo, pois as empresas da amostra são sempre tratadas por seu nome de pregão e assim pode-se saber qual empresa diz respeito àquele nome de pregão. Portanto, conclui-se que as empresas componentes da amostra estão adequadas a proposta do trabalho, que é a diversificação dos setores de atuação dessas empresas, visto que 8 dos 10 setores existentes na BM&FBovespa estão contemplados na amostra.

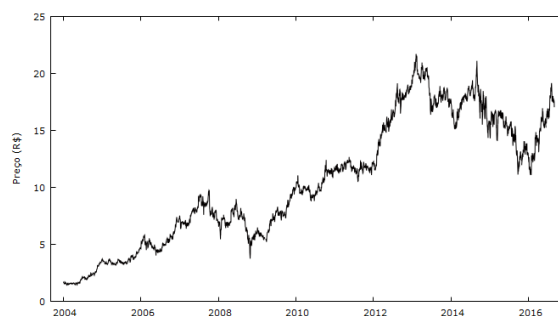
A Figura 14 apresenta os gráficos das séries temporais das 20 empresas usadas na pesquisa, o objetivo desses gráficos é evidenciar a volatilidade da variável em estudo, preço de ação. O período do gráfico é o mesmo período de análise, de 2004 até 2016 com observações diárias.

Figura 14 – Gráficos das séries temporais usadas na pesquisa

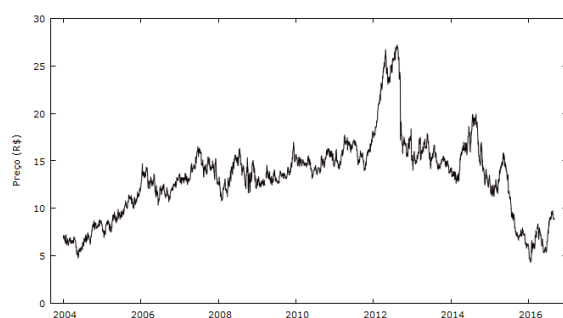




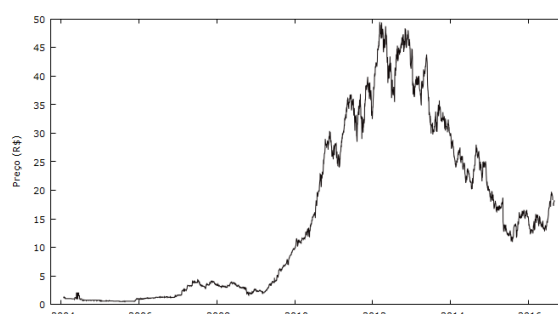
BRF S/A



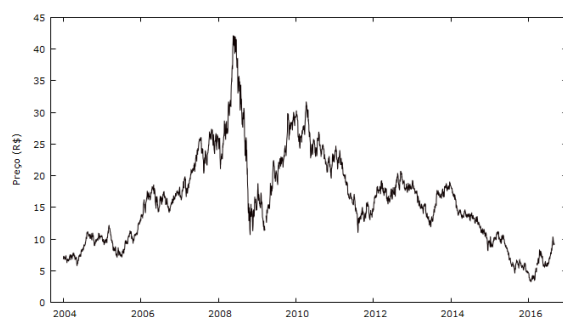
CCR S/A



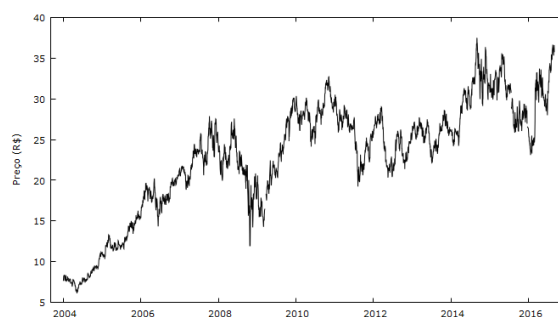
CEMIG



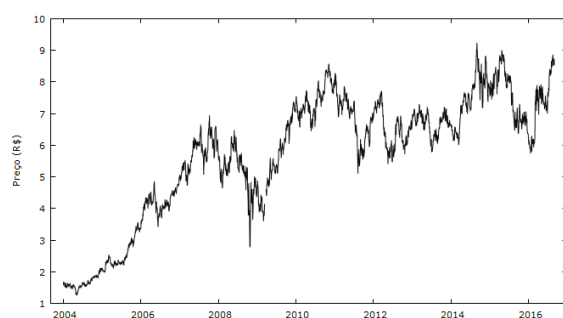
CIA HERING



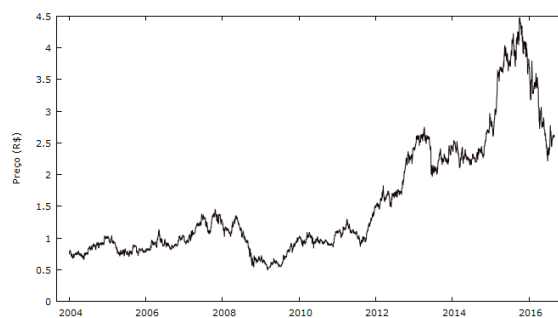
GERDAU



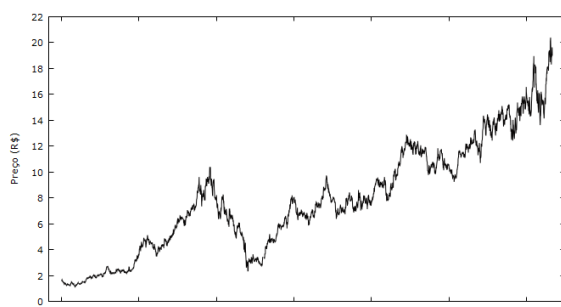
ITAUNIBANCO



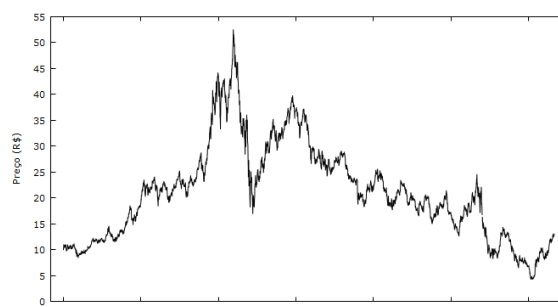
ITAUSA



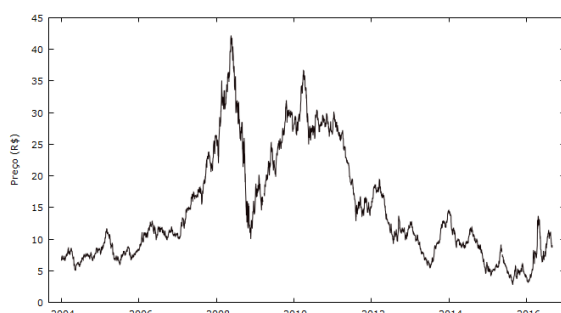
KLabin



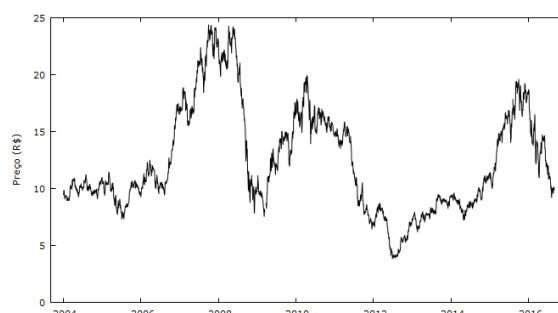
LOJAS AMERICANAS



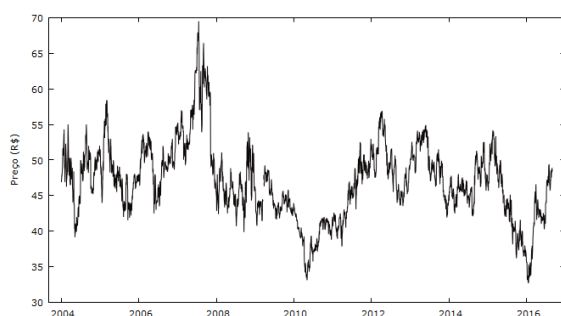
PETROBRAS



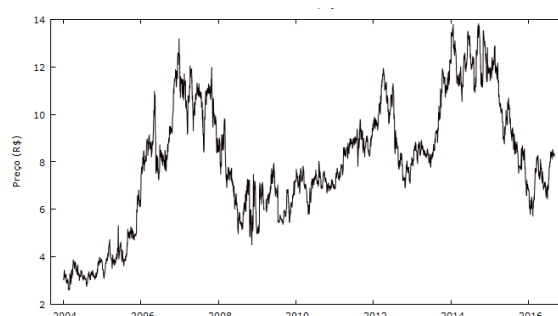
SID NACIONAL



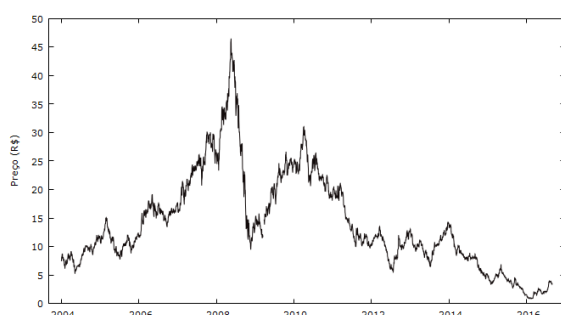
SUZANO PAPEL



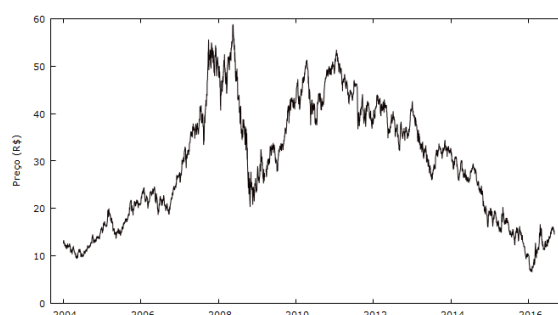
TELEF BRASIL



TIM PART S/A



USIMINAS



VALE

Fonte: Dados da pesquisa.

Conforme evidenciado na Figura 14, as 20 empresas escolhidas para análise apresentam bastante oscilação no preço da ação durante o período estudado. Essas oscilações são comuns no mercado financeiro, visto que qualquer notícia ou modificação pode ocasionar aumento ou queda no preço das ações. O período escolhido para análise abarca diversas crises

econômicas e notícias específicas de cada empresa. Por exemplo a Petrobras, passou por investigações de corrupção durante esse período, o Bradesco incorporou outras empresas, assim como a Tim Part S/A.

É importante considerar o próprio crescimento natural das empresas, por exemplo a Cia Hering que no início do período estudado apresentava um preço pequeno de suas ações. Com o passar do tempo, a empresa cresceu e o preço de suas ações aumentaram. A empresa Usiminas, por exemplo, apresentou um crescimento até meados do período estudado, que parecia promissor, entretanto, na sequência evidenciou-se um queda brusca no preço da ação, justamente em um período de crise econômico mundial.

4.2 RESULTADOS DOS MODELOS ARIMA

A Tabela 1 apresenta os critérios observados para a escolha dos modelos ARIMA utilizados na estimação do preço da ação de cada empresa. São três os critérios considerados, Akaike (AIC), Schwarz (BIC) e Hannan-Quinn (HQ), a ideia é que os menores critérios de informação determinam o melhor modelo a ser usado. Esses foram os critérios escolhidos pois, são os mais utilizados na literatura.

Tabela 1 - Critérios de escolha dos Modelos ARIMA

Critérios	Modelos ARIMA (p,d,q)				
Bradesco	ARIMA(1,0,0)	ARIMA(0,1,0)	ARIMA(0,1,1)	ARIMA(0,2,1)	ARIMA(1,1,0)
AIC	-1.78977	-1.78971	-1.78899	-1.78899	-1.78898
BIC	-1.78783	-1.78971	-1.78705	-1.78705	-1.78704
HQ	-1.78907	-1.78971	-1.7883	-1.78829	-1.78828
Bradespar	ARIMA(0,1,0)	ARIMA(2,1,0)	ARIMA(0,1,1)	ARIMA(0,1,2)	ARIMA(1,1,0)
AIC	-0.79828	-0.798087	-0.798019	-0.798016	-0.797975
BIC	-0.79828	-0.794206	-0.796079	-0.794135	-0.796035
HQ	-0.79828	-0.796693	-0.797323	-0.796622	-0.797279
Banco do Brasil	ARIMA (0,1,1)	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(2,0,0)	ARIMA(2,1,0)	-
AIC	-1.12204	-1.12204	-1.12149	-1.12109	-
BIC	-1.1201	-1.12009	-1.11761	-1.11721	-
HQ	-1.12135	-1.12134	-1.12009	-1.1197	-
Braskem	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(2,0,0)	ARIMA(0,1,2)	ARIMA(2,1,0)	-
AIC	-1.70874	-1.70832	-1.70798	-1.7079	-
BIC	-1.70681	-1.70446	-1.70413	-1.70405	-
HQ	-1.70805	-1.70694	-1.7066	-1.70652	-
BRF S/A	ARIMA(1,0,0)	ARIMA(0,1,0)	ARIMA(1,0,1)	ARIMA(1,1,0)	-
AIC	-0.964397	-0.964129	-0.963512	-0.963292	-
BIC	-0.962468	-0.964129	-0.959655	-0.961364	-

HQ	-0.963704	-0.964129	-0.962128	-0.9626	-
CCR S/A	ARIMA(0,1,2)	ARIMA(2,1,0)	ARIMA(1,1,2)	ARIMA(2,1,1)	ARIMA(1,0,2)
AIC	-2.88633	-2.88584	-2.88531	-2.88493	-2.88484
BIC	-2.88248	-2.88198	-2.87952	-2.87914	-2.87905
HQ	-2.88495	-2.88445	-2.88323	-2.88285	-2.88276
CEMIG	ARIMA(0,1,0)	ARIMA(1,0,0)	ARIMA(0,1,1)	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(0,1,2)
AIC	-2.33982	-2.33933	-2.33891	-2.3389	-2.33881
BIC	-2.33982	-2.3374	-2.33698	-2.33698	-2.33495
HQ	-2.33982	-2.33864	-2.33821	-2.33821	-2.33742
Cia Hering	ARIMA(0,1,1)	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(2,1,0)	ARIMA(1,0,1)	-
AIC	-1.54857	-1.54848	-1.54782	-1.54782	-
BIC	-1.54663	-1.54655	-1.54395	-1.54395	-
HQ	-1.54787	-1.54779	-1.54643	-1.54643	-
Gerdau	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(0,1,1)	ARIMA(2,0,2)	ARIMA(1,0,1)	-
AIC	-1.57406	-1.57392	-1.5739	-1.57343	-
BIC	-1.57213	-1.57199	-1.56618	-1.56958	-
HQ	-1.57337	-1.57322	-1.57113	-1.57205	-
Itausa	ARIMA(1,0,0)	ARIMA(0,1,0)	ARIMA(0,1,1)	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(2,0,0)
AIC	-4.17588	-4.17588	-4.17556	-4.17555	-4.17549
BIC	-4.17395	-4.17588	-4.17363	-4.17362	-4.17163
HQ	-4.17519	-4.17588	-4.17487	-4.17486	-4.17411
Itaunibanco	ARIMA(0,1,1)	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(2,0,0)	ARIMA(0,1,0)	-
AIC	-1.34824	-1.34821	-1.3482	-1.34812	-
BIC	-1.34631	-1.34629	-1.34435	-1.34812	-
HQ	-1.34755	-1.34752	-1.34682	-1.34812	-
Klabin	ARIMA(0,1,1)	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(2,1,0)	-	-
AIC	-6.60515	-6.60495	-6.60463	-	-
BIC	-6.60322	-6.60302	-6.60077	-	-
HQ	-6.60446	-6.60426	-6.60324	-	-
Lojas Americanas	ARIMA(2,2,1)	ARIMA(1,0,0)	ARIMA(2,1,0)	ARIMA(0,1,2)	-
AIC	-3.25257	-3.25062	-3.2505	-3.25043	-
BIC	-3.24678	-3.24869	-3.24664	-3.24658	-
HQ	-3.25049	-3.24992	-3.24912	-3.24905	-
Petrobras	ARIMA(0,1,0)	ARIMA(0,1,1)	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(2,1,0)	-
AIC	-1.14784	-1.1477	-1.14766	-1.14731	-
BIC	-1.14784	-1.14577	-1.14574	-1.14345	-
HQ	-1.14784	-1.14701	-1.14697	-1.14593	-
Sid Nacional	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(0,1,1)	ARIMA(2,0,0)	ARIMA(0,1,2)	-
AIC	-1.56499	-1.56492	-1.56442	-1.56426	-
BIC	-1.56306	-1.56299	-1.56056	-1.56041	-
HQ	-1.5643	-1.56423	-1.56303	-1.56288	-
Suzano Papel	ARIMA(0,1,0)	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(0,1,1)	ARIMA(2,0,0)	-
AIC	-2.41351	-2.41311	-2.41309	-2.41261	-

BIC	-2.41351	-2.41118	-2.41116	-2.40875	-
HQ	-2.41351	-2.41241	-2.4124	-2.41122	-
Telef Brasil	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(0,1,1)	ARIMA(0,1,0)	ARIMA(2,0,0)	-
AIC	-0.289875	-0.289854	-0.289593	-0.289325	-
BIC	-0.287946	-0.287926	-0.289593	-0.285468	-
HQ	-0.289183	-0.289162	-0.289593	-0.287941	-
Tim Part S/A	ARIMA(0,1,1)	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(2,0,0)	ARIMA(1,0,1)	-
AIC	-3.02518	-3.02514	-3.02481	-3.02471	-
BIC	-3.02325	-3.02321	-3.02095	-3.02086	-
HQ	-3.02449	-3.02445	-3.02342	-3.02333	-
Usiminas	ARIMA(0,1,1)	ARIMA(2,1,0)	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(1,0,1)	-
AIC	-1.56529	-1.56526	-1.56489	-1.56486	-
BIC	-1.56336	-1.5614	-1.56296	-1.561	-
HQ	-1.5646	-1.56388	-1.5642	-1.56348	-
Vale	ARIMA(0,1,0)	ARIMA(1,0,0)	ARIMA(2,1,0)	ARIMA(0,1,2)	ARIMA(0,1,1)
AIC	-0.655665	-0.655129	-0.655096	-0.655068	-0.654714
BIC	-0.655665	-0.6532	-0.65124	-0.651211	-0.652785
HQ	-0.655665	-0.654437	-0.653712	-0.653684	-0.654022

Fonte: Dados da pesquisa.

De acordo com a Tabela 1, verifica-se que para a empresa Bradesco o melhor modelo é o ARIMA (1,0,0), visto que foi o modelo que apresentou os menores critérios de informação. Pelo mesmo motivo descrito anteriormente, para a empresa Bradespar o modelo escolhido para ser usado na análise é o ARIMA (0,1,0).

Na sequência observa-se que para a empresa Banco do Brasil o modelo ARIMA mais adequado é o (0,1,1) de acordo com os critérios de informação. Ainda nesse sentido, para a empresa Braskem o modelo ARIMA (1,1,0) é o escolhido como mais adequado, visto que apresentou os menores valores para os critérios de informação AIC, BIC e HQ.

Para as empresas BRF S/A e CCR S/A destacam-se como modelos ARIMA mais adequados os (1,0,0) e (0,1,2) respectivamente, conforme análise dos três critérios de informação. Em seguida, observa-se a empresa CEMIG, que de acordo com os critérios expostos apresenta como modelo mais adequado ARIMA (0,1,0).

Por apresentar os menores critérios de informação, o modelo ARIMA escolhido para prever os valores da empresa Cia Hering é o (0,1,1). Utilizando essa mesma lógica, adotou-se os modelos ARIMA (1,1,0) e ARIMA (1,0,0) para as empresas Gerdau e Itausa, respectivamente. Já o Itauunibanco teve o modelo ARIMA (0,1,1) selecionado, utilizando o critério de informação como base para a escolha.

A empresa Klabin e a empresa Lojas Americanas apresentaram os menores critérios de informação para os modelos ARIMA (0,1,1) e ARIMA (2,2,1) respectivamente, sendo esses os modelos utilizados para previsão no caso dessas empresas. Para a empresa Petrobras o modelo ARIMA mais adequado foi o (0,1,0), visto que este apresentou os menores valores para os critérios de avaliação AIC, BIC e HQ.

Na sequência observa-se a Sid Nacional, cujo modelo mais adequado para a previsão é o ARIMA (1,1,0), conforme os critérios de avaliação. Ao proceder a análise da empresa Suzano Papel e Telef Brasil, tem-se evidenciado que os modelos ARIMA mais adequados são (0,1,0) e (1,1,0), respectivamente, por apresentarem os menores critérios de informação.

Para as empresas Tim Part S/A e Usiminas os modelos selecionadas para uso na previsão são ARIMA (0,1,1) para ambas as empresas. A seleção foi feita com base na análise dos critérios de informação AIC, BIC e HQ, que apresentaram os menores valores para esses modelos. Por fim o modelo mais adequado para a previsão do preço da ação da empresa Vale, foi o ARIMA (0,1,0) de acordo com os critérios de informação.

Cabe ressaltar que foram testados apenas alguns modelos para cada empresa, pois são infinitas as possibilidades de modelos a serem testados. Conforme exposto na literatura, geralmente a ordem dos modelos selecionados é baixa, visto que modelos de ordem muito alta perdem muitos graus de liberdade, limitando a pesquisa.

Após a seleção do modelo ARIMA mais adequado para cada empresa, fez-se a estimação desse modelo e a previsão dos valores de interesse. A Tabela 2 apresenta os resultados dessas previsões para cada empresa analisada. Destacando que a previsão foi feita para o mês de agosto de 2016, totalizando 23 dias de previsão. Já que finais de semana e feriados são descontados por não apresentarem preço de ação nestas datas.

Tabela 2 - Previsões dos Modelos ARIMA

Empresas		Data: agosto de 2016																						
		1	2	3	4	5	8	9	10	11	12	15	16	17	18	19	22	23	24	25	26	29	30	31
Bradesco	PO	28.40	28.04	28.68	28.99	29.17	28.89	28.73	28.32	29.16	29.20	29.63	29.18	29.51	29.60	29.43	28.63	28.35	28.12	28.32	28.64	29.18	29.30	28.80
	PP	28.41	28.39	28.38	28.36	28.35	28.33	28.32	28.30	28.29	28.28	28.26	28.25	28.23	28.22	28.20	28.19	28.17	28.16	28.15	28.13	28.12	28.10	28.09
Brasdepar	PO	10.57	10.51	10.98	10.97	11.04	10.95	10.98	10.52	10.86	10.53	11.05	11.22	11.33	11.19	11.32	10.90	10.99	10.61	10.52	10.41	10.77	10.66	10.30
	PP	15.12	14.93	14.75	14.56	14.37	14.19	14.00	13.81	13.63	13.44	13.25	13.06	12.88	12.69	12.50	12.32	12.13	11.94	11.76	11.57	11.38	11.19	11.01
Banco do Brasil	PO	20.69	20.2	20.53	21.07	21.22	21.18	21.4	20.88	22.06	22.67	23.18	22.68	22.76	22.8	23.2	22.35	22.58	22.37	22.45	22.9	23.82	23.74	23.04
	PP	21.67	22.27	22.87	23.47	24.07	24.67	25.27	25.87	26.47	27.07	27.67	28.27	28.87	29.47	30.07	30.67	31.27	31.87	32.47	33.07	33.67	34.27	34.87
Braskem	PO	19.15	18.51	18.34	20.31	20.91	20.85	20.62	20.58	21.14	20.49	22.20	21.53	21.68	21.61	22.01	21.55	22.41	22.29	21.74	21.55	21.98	23.22	23.93
	PP	19.95	21.49	23.06	24.65	26.23	27.82	29.40	30.99	32.57	34.15	35.74	37.32	38.91	40.49	42.08	43.66	45.25	46.83	48.42	50.00	51.59	53.17	54.76
BRF S/A	PO	53.23	52.54	52.06	52.29	52.49	53.34	53.64	52.69	52.97	53.87	54.63	54.88	53.99	54.00	53.80	53.18	53.54	53.82	53.90	53.80	53.95	53.92	53.86
	PP	54.29	54.28	54.27	54.26	54.25	54.24	54.23	54.22	54.21	54.20	54.19	54.18	54.17	54.16	54.15	54.14	54.13	54.12	54.11	54.10	54.09	54.08	54.07
CCR S/A	PO	18.76	18.41	18.90	19.09	19.15	18.38	18.05	17.54	18.01	17.64	17.52	17.65	17.80	18.02	17.95	17.42	17.58	17.80	17.66	17.51	17.56	17.50	17.03
	PP	18.62	18.52	18.45	18.38	18.32	18.25	18.18	18.11	18.04	17.98	17.91	17.84	17.77	17.70	17.63	17.57	17.50	17.43	17.36	17.29	17.23	17.16	17.09
CEMIG	PO	9.05	8.85	9.25	9.67	9.38	9.53	9.37	9.33	9.66	9.60	9.80	9.57	9.38	9.26	9.40	9.01	9.04	8.82	8.86	8.82	9.00	8.93	8.81
	PP	9.40	9.71	10.02	10.33	10.64	10.94	11.25	11.56	11.87	12.18	12.49	12.80	13.11	13.42	13.73	14.03	14.34	14.65	14.96	15.27	15.58	15.89	16.20
CIA Hering	PO	19.17	19.14	19.23	19.66	19.65	19.20	19.10	19.20	19.25	19.14	18.86	18.31	18.44	18.47	18.10	17.77	17.43	17.26	17.73	17.85	18.00	18.25	18.02
	PP	18.61	18.61	18.61	18.61	18.61	18.61	18.61	18.61	18.61	18.61	18.61	18.61	3.00	18.61	18.61	18.62	18.62	18.62	18.62	18.62	18.62	18.62	18.62
Gerdau	PO	7.92	7.60	7.85	8.26	8.57	8.16	8.35	8.61	9.05	9.06	9.71	9.59	9.92	10.38	10.29	9.67	9.73	9.12	9.14	9.21	9.30	9.21	9.09
	PP	8.22	8.72	9.23	9.74	10.24	10.75	11.26	11.76	12.27	12.78	13.28	13.79	14.30	14.80	15.31	15.81	16.32	16.83	17.33	17.84	18.35	18.85	19.36
Itaúsa	PO	8.26	8.31	8.64	8.66	8.63	8.57	8.58	8.47	8.69	8.71	8.78	8.68	8.82	8.86	8.79	8.55	8.55	8.54	8.51	8.58	8.72	8.73	8.54
	PP	8.37	8.36	8.36	8.35	8.35	8.34	8.34	8.34	8.33	8.33	8.32	8.32	8.31	8.31	8.31	8.30	8.30	8.29	8.29	8.28	8.28	8.28	8.27
Itaúunibanco	PO	33.43	33.86	35.25	35.45	35.23	35.00	35.10	34.78	35.67	35.94	36.32	36.17	36.65	36.58	36.35	35.64	35.58	35.42	35.31	35.74	36.40	36.60	35.73
	PP	34.41	34.95	35.50	36.05	36.60	37.14	37.69	38.24	38.78	39.33	39.88	40.43	40.97	41.52	42.07	42.61	43.16	43.71	44.26	44.80	45.35	45.90	46.44
Klabin	PO	2.55	2.44	2.49	2.48	2.44	2.53	2.54	2.54	2.58	2.56	2.58	2.62	2.59	2.61	2.60	2.59	2.60	2.61	2.63	2.59	2.61	2.62	2.60
	PP	2.66	2.68	2.71	2.73	2.75	2.78	2.80	2.83	2.85	2.88	2.90	2.92	2.95	2.97	3.00	3.02	3.04	3.07	3.09	3.12	3.14	3.17	3.19
Lojas Americanas	PO	19.35	19.02	19.17	19.40	19.36	18.85	18.90	18.49	19.20	20.09	20.39	19.99	19.66	18.89	19.10	18.30	18.74	19.10	18.86	19.03	19.63	19.58	18.98
	PP	19.17	19.01	18.84	18.61	18.33	17.98	17.58	17.12	16.60	16.03	15.39	14.70	13.96	13.15	12.29	11.37	10.39	9.35	8.26	7.11	5.90	4.64	3.31

Petrobras	PO	11.26	11.36	11.90	12.01	11.66	11.91	11.88	11.60	12.10	12.00	12.31	12.50	12.77	12.89	12.83	12.36	12.67	12.42	12.53	12.55	12.87	13.09	12.82
	PP	12.46	13.03	13.6	14.17	14.74	15.3	15.87	16.44	17.01	17.58	18.15	18.72	19.29	19.86	20.43	20.99	21.56	22.13	22.7	23.27	23.84	24.41	24.98
Sid Nacional	PO	10.68	10.05	10.62	10.89	11.02	10.74	10.94	10.50	10.99	10.79	11.16	10.54	10.34	10.18	10.10	9.26	9.39	8.73	8.83	8.80	9.06	8.77	8.68
	PP	11.53	12.00	12.47	12.94	13.42	13.89	14.36	14.83	15.30	15.78	16.25	16.72	17.19	17.66	18.14	18.61	19.08	19.55	20.02	20.50	20.97	21.44	21.91
Suzano Papel	PO	10.25	9.89	9.95	9.49	9.18	9.67	9.54	9.69	9.99	9.99	10.09	9.99	9.92	9.88	9.79	9.55	9.99	10.00	9.90	9.88	9.87	10.10	10.16
	PP	10.13	10.34	10.54	10.75	10.95	11.15	11.36	11.56	11.77	11.97	12.17	12.38	12.58	12.79	12.99	13.19	13.40	13.60	13.81	14.01	14.21	14.42	14.62
Telef Brasil	PO	49.40	48.81	48.38	47.88	46.79	46.37	46.02	45.70	46.01	45.93	47.28	47.03	47.37	48.50	48.45	47.53	48.18	47.95	48.60	48.70	48.78	48.60	48.37
	PP	49.86	50.48	51.09	51.71	52.33	52.94	53.56	54.18	54.79	55.41	56.03	56.64	57.26	57.88	58.49	59.11	59.73	60.34	60.96	61.57	62.19	62.81	63.42
Tim Part S/A	PO	8.43	8.20	8.43	8.40	8.21	8.28	8.25	8.11	8.28	8.35	8.47	8.49	8.50	8.53	8.38	8.24	8.35	8.37	8.32	8.28	8.34	8.21	8.35
	PP	8.42	8.46	8.49	8.53	8.57	8.60	8.64	8.68	8.71	8.75	8.79	8.82	8.86	8.90	8.94	8.97	9.01	9.05	9.08	9.12	9.16	9.19	9.23
Usiminas	PO	3.84	3.62	3.96	3.97	3.87	3.68	3.81	3.67	3.79	3.72	3.95	3.88	3.91	3.89	3.84	3.61	3.73	3.43	3.37	3.58	3.44	3.39	3.45
	PP	4.52	5.25	5.99	6.72	7.46	8.19	8.93	9.67	10.40	11.14	11.87	12.61	13.34	14.08	14.82	15.55	16.29	17.02	17.76	18.49	19.23	19.97	20.70
Vale	PO	14.58	14.66	15.48	15.48	15.63	15.74	15.99	15.41	15.76	15.45	15.92	16.11	16.12	15.97	16.17	15.58	15.86	15.31	15.42	15.08	15.44	15.14	14.51
	PP	15.66	16.3	16.95	17.59	18.23	18.87	19.51	20.16	20.8	21.44	22.08	22.72	23.37	24.01	24.65	25.29	25.93	26.58	27.22	27.86	28.5	29.14	29.79

Nota: PO - Preço Observado / PP - Preço Previsto

Fonte: Dados da pesquisa.

Conforme exposto na Tabela 2, verifica-se que as previsões começam muito próximas dos valores reais e com o passar do tempo vão se afastando. Essa tendência é observada em praticamente todas as empresas analisadas, de forma a evidenciar que a variável preço de ações não apresenta comportamento estritamente crescente ou decrescente, tornando difícil sua modelagem por meio de um modelo ARIMA.

No caso específico da empresa Suzano Papel, o preço da ação durante os 23 dias do mês de agosto não apresentou variação significativa. Porém a previsão feita pelo modelo ARIMA (0,1,0) apresenta crescimento significativo, evidenciando que a característica da empresa mudou no período analisado e o modelo não conseguiu capturar essa mudança. Nessa mesma situação encontra-se a empresa Usiminas que não apresentou grande variação em seu preço da ação, mas teve uma previsão super estimada pelo modelo ARIMA utilizado.

Já na empresa Bradespar o processo é contrário ao descrito acima, a previsão começa super estimada e com o passar dos períodos se aproxima do preço real da ação. Neste caso o modelo ARIMA (0,1,0) utilizado previu uma série decrescente como a melhor aproximação. No caso das Lojas Americanas a previsão realizada também foi decrescente, só que nesse caso, os valores previstos iniciaram próximos dos reais e ao final estavam muito subestimados.

Com o intuito de avaliar se essas diferenças entre os preços reais e os preços previstos são relevantes ou não, procedeu-se o cálculo dos erros quadrático médio, absoluto médio e percentual absoluto médio. Os resultados encontrados estão descritos na Tabela 3 a seguir.

Tabela 3 - Erros das Previsões dos Modelos ARIMA

Empresas	Erro Quadrático Médio	Erro Absoluto Médio	Erro Percentual Absoluto Médio (%)
Bradesco	0.80129	0.66935	2.37103
Brasdepar	2.54018	2.03261	16.36760
Banco do Brasil	6.86061	6.10609	20.46391
Braskem	18.62350	16.08391	38.87741
BRF S/A	1.01310	0.78391	1.44573
CCR S/A	0.35069	0.28435	1.58812
CEMIG	4.19934	3.56435	25.74556
CIA Hering	0.70727	0.63739	3.42416
Gerdau	5.57272	4.75435	31.29618
Itausa	0.33630	0.31148	3.74674
Itaunibanco	5.80000	4.85174	11.40396
Klabin	0.37832	0.35870	12.08740
Lojas Americanas	7.57223	5.78213	80.52771
Petrobras	7.25764	6.44522	32.09103
Sid Nacional	7.72144	6.67391	36.87363
Suzano Papel	2.83433	2.52913	19.53897
Telef Brasil	9.77525	8.96304	15.41677
Tim Part S/A	0.55383	0.48783	5.45685
Usiminas	10.20921	8.89509	63.93470
Vale	8.39079	7.21043	29.22452

Fonte: Dados da pesquisa.

De acordo com o exposto na Tabela 3, ao analisar o erro quadrático médio destaca-se de forma positiva a empresa Itausa, que apresentou o menor valor nesse tipo de erro, R\$ 0.34 em média por ação. No contraponto, tem-se a empresa Braskem que teve o maior erro médio quadrático das previsões realizadas com modelos ARIMA, sendo R\$ 18.64 em média por ação.

É importante destacar que a comparação entre erros quadráticos médios se torna difícil, visto que se compara de forma direta ações que custam centavos com ações que custam meia centena de reais. Para conseguir uma comparação mais coerente, calculou-se o erro percentual absoluto médio, que tem escala única (porcentagem) para todas as empresas.

No caso do erro percentual absoluto médio a empresa que teve destaque positivo, com o menor valor de erro de 1,45% foi a BRF S/A. Por outro lado o destaque negativo, a empresa que apresentou maior erro percentual absoluto médio, foi a Usiminas como 63,93%. 85% das empresas apresentaram erro percentual absoluto médio maior do que 3%, indicando que a maioria das empresas não teve uma previsão consistente com a utilização dos modelos ARIMA.

4.3 RESULTADOS DOS MODELOS ARCH-GARCH

A Tabela 4 apresenta os critérios observados para a seleção dos modelos ARCH-GARCH utilizados na estimação do preço da ação de cada empresa. Da mesma forma que no modelo anterior, são três os critérios considerados, Akaike (AIC), Schwarz (BIC) e Hannan-Quinn (HQ). O objetivo é escolher os menores critérios de informação, visto que estes determinam o modelo mais adequado a ser utilizado.

Tabela 4 - Critérios de escolha dos Modelos ARCH-GARCH

Empresas	Modelos AR(p)	Critérios	Modelos GARCH (r,s)									
			GARCH(1,0)	GARCH(0,1)	GARCH(1,1)	GARCH(1,2)	GARCH(1,3)	GARCH(2,1)	GARCH(2,2)	GARCH(2,3)	GARCH(3,1)	GARCH(3,3)
Bradesco	AR(1)	AIC	0.976	1.0136	5.4516	5.559	1.0564	5.7357	5.7247	5.3507	1.2392	5.5386
		BIC	0.9818	1.0194	5.4593	5.5686	1.068	5.7454	5.7362	5.3642	1.2508	5.5541
		HQ	0.9781	1.0157	5.4555	5.5624	1.0605	5.7392	5.7288	5.3556	1.2434	5.5442
Bradespar	AR(1)	AIC	7.1151	2.001	1.5119	7.2466	6.2413	1.9109	6.7691	6.5294	4.6844	6.0492
		BIC	7.1209	2.0157	1.5196	7.2562	6.2529	1.9205	6.7807	6.543	4.696	6.0646
		HQ	7.1172	2.012	1.5146	7.25	6.2455	1.9143	6.7733	6.5343	4.6886	6.0547
Banco do Brasil	AR(1)	AIC	6.4488	1.7104	6.2125	1.6947	1.7034	5.508	1.4218	1.4227	5.7937	5.9302
		BIC	6.4546	1.7162	6.2202	1.707	1.715	5.5177	1.4334	1.4362	5.8053	5.9457
		HQ	6.4509	1.7125	6.2153	1.7008	1.7076	5.5115	1.426	1.4275	5.7978	5.9358
Braskem	AR(1)	AIC	1.1004	1.5607	0.9735	4.7793	2.7519	4.0746	4.0541	2.4634	2.6606	1.8774
		BIC	1.1063	1.5605	0.9812	4.789	2.7635	4.0843	4.0657	2.4769	2.7635	1.8929
		HQ	1.1026	1.5628	0.9763	4.7878	2.756	4.0781	4.0583	2.4682	2.6647	1.883
BRF S/A	AR(1)	AIC	7.1076	1.8309	7.1542	7.7822	7.0336	6.3526	7.3826	7.3572	1.684	7.6868
		BIC	7.1133	1.8367	7.162	7.7919	7.0452	6.3623	7.3841	7.3707	1.6955	7.7022
		HQ	7.1096	1.833	7.157	7.7857	7.0377	6.3561	7.3867	7.362	1.6881	7.6923
CCR S/A	AR(1)	AIC	-0.1479	-0.105	2.3905	4.1885	3.0409	2.3871	4.2049	2.6303	2.0739	2.0701
		BIC	-0.1421	-0.0992	2.3982	4.1982	3.0525	2.3968	4.2165	2.6438	2.0855	2.0855
		HQ	-0.1458	-0.1029	2.3933	4.192	3.0451	2.3906	4.2091	2.6352	2.0781	2.0756
CEMIG	AR(1) e AR(4)	AIC	6.2162	0.4967	4.4321	4.6943	4.6263	4.7267	3.561	4.434	0.3141	4.8314
		BIC	6.2239	0.5044	4.4418	4.7059	4.6399	4.7384	3.5745	4.4554	0.3267	4.8488
		HQ	6.2189	0.4944	4.4356	4.6985	4.6312	4.731	3.5659	4.4455	0.319	4.8377
Cia Hering	AR(1)	AIC	0.9681	1.2193	-0.2189	2.2546	5.4043	-0.2239	5.5264	1.3888	4.5039	5.862
		BIC	0.9739	1.2251	-0.2113	2.2642	5.4159	-0.2143	5.538	1.4023	4.5155	5.8774
		HQ	0.9702	1.2214	-0.2162	2.2581	5.4085	-0.2205	5.5306	1.3936	4.5081	5.8676
Gerdau	AR(1) e AR(4)	AIC	6.4784	1.2572	3.9696	0.8255	2.851	4.6202	4.8853	0.8245	5.1695	1.2663
		BIC	6.4862	1.2649	3.9774	0.8352	2.8626	4.6298	4.8968	0.838	5.181	1.2818
		HQ	6.4812	1.2599	3.9724	0.829	2.8552	4.6236	4.8894	0.8293	5.1736	1.2719
Itaúsa	AR(1) e AR(4)	AIC	-1.3823	-1.3706	0.2122	0.7683	1.2456	2.8522	2.5778	1.706	2.7347	1.592
		BIC	-1.3746	-1.3628	0.2219	0.7799	1.2595	2.8637	2.5913	1.7195	2.7482	1.6094

		HQ	-1.3795	-1.3678	0.2157	0.7725	1.2508	2.8563	2.5826	1.7108	2.7395	1.5982
Itaunibanco	AR(1) e AR(4)	AIC	6.8839	1.4815	6.474	1.4468	4.997	3.215	5.7708	6.3953	6.3345	6.3442
		BIC	6.8897	1.4873	6.4817	1.4584	5.0085	3.2246	5.7824	6.4088	6.346	6.3597
		HQ	6.886	1.4836	6.4768	1.451	5.0011	3.2184	5.775	6.4001	6.3385	6.3498
Klabin	AR(1) e AR(2)	AIC	-3.9567	-3.7731	-4.2357	0.569	-4.2909	-3.9564	-1.6818	-4.245	-4.2434	-3.3463
		BIC	-3.949	-3.7654	-4.226	0.5806	-4.2274	-3.9449	-1.6683	-4.2296	-4.2299	-3.329
		HQ	-3.9539	-3.7704	-4.2322	0.5732	-4.2361	-3.9523	-1.6769	-4.2395	-4.2386	-3.9539
Lojas Americanas	AR(1)	AIC	-0.5413	-0.4609	-0.4614	-0.4829	4.1587	-0.5878	3.6483	3.9439	-0.6705	4.0244
		BIC	-0.5355	-0.4551	-0.4537	-0.4733	4.1703	-0.5781	3.6599	3.9574	-0.659	4.0399
		HQ	-0.5392	-0.4588	-0.4586	-0.4794	4.1628	-0.5843	3.6525	3.9488	-0.6664	4.03
Petrobras	AR(1)	AIC	1.5751	1.6886	3.8146	1.2017	1.6786	6.4312	5.9287	4.3392	4.4416	1.2029
		BIC	1.5809	1.6944	3.8222	1.2114	1.6902	6.4409	5.9402	4.3528	4.4532	1.2184
		HQ	1.5772	1.6907	3.8272	1.2052	1.6828	6.4347	5.9328	4.3441	4.4457	1.2085
Sid Nacional	AR(1) e AR(2)	AIC	6.4558	1.2632	1.2617	1.266	1.2469	2.8317	4.8856	0.7545	4.3997	0.7518
		BIC	6.4536	1.2709	1.2714	1.2776	1.2604	2.8433	4.899	0.7699	4.4132	0.7692
		HQ	6.4586	1.2659	1.2652	1.2702	1.2517	2.8359	4.8904	0.76	4.4046	0.7581
Suzano Papel	AR(1)	AIC	4.2065	0.4243	0.1369	0.1374	1.2309	3.649	3.3082	2.1044	3.7202	2
		BIC	4.2122	0.4301	0.1446	0.1471	1.2425	3.6586	3.3197	2.1179	3.7318	2.0154
		HQ	4.2085	0.4264	0.1397	0.1409	1.2351	3.6524	3.3123	2.1092	3.7243	2.0055
Telef Brasil	AR(1)	AIC	2.5143	2.5463	7.4622	7.0078	8.4211	5.7898	8.2381	7.8858	4.3455	7.936
		BIC	2.52	2.5521	7.4699	7.0175	8.4327	5.7994	8.3914	7.8993	4.357	7.9515
		HQ	2.5163	2.5484	7.465	7.0113	8.4253	5.7932	8.384	7.8907	4.3496	7.9416
Tm Part S/A	AR(1) e AR(2)	AIC	-0.2227	-0.1906	-0.0354	2.7445	0.0796	-0.2236	2.3001	3.8632	-0.0186	1.2155
		BIC	-0.2149	-0.1829	-0.0257	2.7561	0.0931	-0.212	2.3136	3.8787	-0.0051	1.2329
		HQ	-0.2198	-0.1873	-0.0319	2.7487	0.0845	-0.2194	2.305	3.8688	-0.0137	1.2218
Usiminas	AR(1)	AIC	5.5233	1.2803	0.6972	1.6756	1.9723	4.2795	4.9431	2.2783	4.5152	0.6973
		BIC	5.5291	1.2861	0.7049	1.6852	1.9839	4.2891	4.9547	2.2918	4.5267	0.7127
		HQ	5.5237	1.2824	0.6999	1.679	1.9765	4.2829	4.9473	2.2831	4.5193	0.7028
Vale	AR(1)	AIC	7.838	2.1749	2.1754	5.9349	6.6343	6.7521	5.5344	7.6471	5.1572	4.7413
		BIC	7.8438	2.1807	2.1832	5.9446	6.6458	6.7617	5.546	7.6606	5.1688	4.7568
		HQ	7.8401	2.177	2.1782	5.9384	6.6384	6.7555	5.5385	7.6519	5.1614	4.7469

Fonte: Dados da pesquisa.

Conforme exposto na Tabela 4, segundo os critérios de informação analisados, o melhor modelo para a empresa Bradesco dentre os testados é o GARCH (1,0). Utilizando esse mesmo critério, verifica-se que para a empresa Bradespar o modelo GARCH mais adequado é o (1,1). Na sequência, são analisadas as empresas Banco do Brasil e Braskem, e por meio da análise do menor critério de informação dos modelos testados, admite-se que os modelos mais adequados para essas empresas são GARCH (2,2) e GARCH (1,1) respectivamente.

No que diz respeito a empresa BRF S/A quando da análise dos critérios AIC, BIC e HQ, nota-se que os menores valores são do modelo GARCH (3,1), tornando este o mais adequado para descrever a série temporal do preço da ação desta empresa. Nesse mesmo sentido, verifica-se que para as empresas CCR S/A e Cemig os melhores modelos são respectivamente GARCH (1,0) e GARCH (3,1).

Para as empresas Cia Hering e Gerdau, os menores critérios de informação são dos modelos GARCH (1,1) e GARCH (1,2), respectivamente, indicando que esses são os melhores modelos para garantir a máxima acurácia da previsão dos preços de ações dessas empresas. Na sequência tem-se para análise a empresa Itausa, cujos resultados mostram que o modelo mais adequado para as previsões é o GARCH (1,0).

Ainda de acordo com a Tabela 4, verifica-se a empresa Itaunibanco, que apresenta o modelo GARCH (1,2) como sendo o mais adequado, de acordo com os critérios de informação analisados e dentre os modelos testados. Em seguida, encontram-se as empresas Klabin e Lojas Americanas, que apresentam como modelo mais adequado de previsão o GARCH (3,1) para ambas, destaca-se que o critério adotado neste caso é o mesmo descrito anteriormente.

Em relação a empresa Petrobras, ao analisar os critérios de informação AIC, BIC e HQ, percebe-se que os menores valores correspondem ao modelo GARCH (1,2), demonstrando que este é o mais adequado nesse caso. Prosseguindo a análise tem-se as empresas Sid Nacional e Suzano Papel com os modelos mais adequados sendo GARCH (3,3) e GARCH (1,1) respectivamente, escolhidos de acordo com o critério de informação.

Para as empresas Telef Brasil e Tim Part S/A o modelo de previsão que se mostrou mais adequado foi o GARCH (1,0) para ambas. No caso da empresa Usiminas, a análise dos critérios de informação permitiu verificar que o modelo mais adequado é o GARCH (1,1). E, por fim, o modelo GARCH (0,1) garante a melhor previsão dos preços de ação da empresa Vale.

Feita a seleção do modelo ARCH-GARCH mais adequado para cada empresa, realizou-se a estimação desse modelo e a previsão dos valores de interesse. Na Tabela 5

encontram-se os resultados das previsões para os 23 dias comerciais do mês de agosto de 2016.

Tabela 5 - Previsões dos Modelos ARCH-GARCH

Empresas		Data: agosto de 2016																						
		1	2	3	4	5	8	9	10	11	12	15	16	17	18	19	22	23	24	25	26	29	30	31
Bradesco	PO	28.40	28.04	28.68	28.99	29.17	28.89	28.73	28.32	29.16	29.20	29.63	29.18	29.51	29.60	29.43	28.63	28.35	28.12	28.32	28.64	29.18	29.30	28.80
	PP	28.41	28.41	28.40	28.40	28.39	28.39	28.38	28.38	28.37	28.37	28.36	28.36	28.35	28.35	28.34	28.34	28.33	28.33	28.32	28.32	28.31	28.31	28.30
Brasdepar	PO	10.57	10.51	10.98	10.97	11.04	10.95	10.98	10.52	10.86	10.53	11.05	11.22	11.33	11.19	11.32	10.90	10.99	10.61	10.52	10.41	10.77	10.66	10.30
	PP	10.82	10.82	10.83	10.83	10.83	10.83	10.83	10.83	10.84	10.84	10.84	10.84	10.84	10.84	10.85	10.85	10.85	10.85	10.85	10.85	10.86	10.86	10.86
Banco do Brasil	PO	20.69	20.2	20.53	21.07	21.22	21.18	21.4	20.88	22.06	22.67	23.18	22.68	22.76	22.8	23.2	22.35	22.58	22.37	22.45	22.9	23.82	23.74	23.04
	PP	21.06	21.07	21.09	21.10	21.11	21.12	21.13	21.14	21.16	21.17	21.18	21.19	21.20	21.22	21.23	21.24	21.25	21.26	21.27	21.29	21.30	21.31	21.32
Braskem	PO	19.15	18.51	18.34	20.31	20.91	20.85	20.62	20.58	21.14	20.49	22.20	21.53	21.68	21.61	22.01	21.55	22.41	22.29	21.74	21.55	21.98	23.22	23.93
	PP	18.65	18.65	18.66	18.66	18.66	18.66	18.66	18.66	18.67	18.67	18.67	18.67	18.67	18.68	18.68	18.68	18.68	18.68	18.68	18.69	18.69	18.69	18.69
BRF S/A	PO	53.23	52.54	52.06	52.29	52.49	53.34	53.64	52.69	52.97	53.87	54.63	54.88	53.99	54.00	53.80	53.18	53.54	53.82	53.90	53.80	53.95	53.92	53.86
	PP	54.36	54.42	54.48	54.54	54.60	54.66	54.72	54.78	54.84	54.90	54.96	55.02	55.08	55.14	55.20	55.26	55.33	55.39	55.45	55.51	55.57	55.63	55.69
CCR S/A	PO	18.76	18.41	18.90	19.09	19.15	18.38	18.05	17.54	18.01	17.64	17.52	17.65	17.80	18.02	17.95	17.42	17.58	17.80	17.66	17.51	17.56	17.50	17.03
	PP	18.73	18.74	18.74	18.75	18.75	18.76	18.76	18.77	18.77	18.78	18.78	18.79	18.79	18.80	18.80	18.81	18.81	18.81	18.82	18.82	18.83	18.83	18.84
CEMIG	PO	9.05	8.85	9.25	9.67	9.38	9.53	9.37	9.33	9.66	9.60	9.80	9.57	9.38	9.26	9.40	9.01	9.04	8.82	8.86	8.82	9.00	8.93	8.81
	PP	9.09	9.09	9.09	9.09	9.09	9.09	9.09	9.10	9.10	9.10	9.10	9.10	9.10	9.10	9.10	9.10	9.10	9.10	9.10	9.11	9.11	9.11	9.11
CIA Hering	PO	19.17	19.14	19.23	19.66	19.65	19.20	19.10	19.20	19.25	19.14	18.86	18.31	18.44	18.47	18.10	17.77	17.43	17.26	17.73	17.85	18.00	18.25	18.02
	PP	18.53	18.54	18.54	18.55	18.55	18.56	18.56	18.56	18.57	18.57	18.58	18.58	18.58	18.59	18.59	18.60	18.60	18.61	18.61	18.61	18.62	18.62	18.63
Gerdau	PO	7.92	7.60	7.85	8.26	8.57	8.16	8.35	8.61	9.05	9.06	9.71	9.59	9.92	10.38	10.29	9.67	9.73	9.12	9.14	9.21	9.30	9.21	9.09
	PP	7.75	7.75	7.75	7.75	7.75	7.74	7.74	7.74	7.74	7.74	7.74	7.74	7.74	7.74	7.74	7.74	7.74	7.73	7.73	7.73	7.73	7.73	7.73
Itaúsa	PO	8.26	8.31	8.64	8.66	8.63	8.57	8.58	8.47	8.69	8.71	8.78	8.68	8.82	8.86	8.79	8.55	8.55	8.54	8.51	8.58	8.72	8.73	8.54
	PP	8.36	8.36	8.36	8.36	8.36	8.36	8.36	8.36	8.36	8.36	8.36	8.36	8.36	8.37	8.37	8.37	8.37	8.37	8.37	8.37	8.37	8.37	8.37
Itaúunibanco	PO	33.43	33.86	35.25	35.45	35.23	35.00	35.10	34.78	35.67	35.94	36.32	36.17	36.65	36.58	36.35	35.64	35.58	35.42	35.31	35.74	36.40	36.60	35.73
	PP	33.84	33.84	33.84	33.84	33.85	33.86	33.86	33.87	33.88	33.88	33.89	33.89	33.90	33.91	33.91	33.92	33.92	33.93	33.94	33.94	33.95	33.95	33.96
Klabin	PO	2.55	2.44	2.49	2.48	2.44	2.53	2.54	2.54	2.58	2.56	2.58	2.62	2.59	2.61	2.60	2.59	2.60	2.61	2.63	2.59	2.61	2.62	2.60
	PP	2.64	2.64	2.64	2.64	2.64	2.64	2.64	2.64	2.65	2.65	2.65	2.65	2.65	2.65	2.65	2.66	2.66	2.66	2.66	2.66	2.66	2.66	2.67
Lojas Americanas	PO	19.35	19.02	19.17	19.40	19.36	18.85	18.90	18.49	19.20	20.09	20.39	19.99	19.66	18.89	19.10	18.30	18.74	19.10	18.86	19.03	19.63	19.58	18.98
	PP	19.20	19.19	19.19	19.19	19.18	19.18	19.18	19.18	19.17	19.17	19.17	19.16	19.16	19.16	19.15	19.15	19.15	19.14	19.14	19.14	19.13	19.13	19.13

Petrobras	PO	11.26	11.36	11.90	12.01	11.66	11.91	11.88	11.60	12.10	12.00	12.31	12.50	12.77	12.89	12.83	12.36	12.67	12.42	12.53	12.55	12.87	13.09	12.82
	PP	11.89	11.89	11.9	11.9	11.9	11.9	11.91	11.91	11.91	11.91	11.92	11.92	11.92	11.92	11.92	11.93	11.93	11.93	11.93	11.94	11.94	11.94	11.94
Sid Nacional	PO	10.68	10.05	10.62	10.89	11.02	10.74	10.94	10.50	10.99	10.79	11.16	10.54	10.34	10.18	10.10	9.26	9.39	8.73	8.83	8.80	9.06	8.77	8.68
	PP	11.07	11.06	11.06	11.06	11.05	11.05	11.05	11.05	11.04	11.04	11.04	11.04	11.03	11.03	11.03	11.02	11.02	11.02	11.02	11.01	11.01	11.01	11.01
Suzano Papel	PO	10.25	9.89	9.95	9.49	9.18	9.67	9.54	9.69	9.99	9.99	10.09	9.99	9.92	9.88	9.79	9.55	9.99	10.00	9.90	9.88	9.87	10.10	10.16
	PP	9.93	9.93	9.94	9.94	9.94	9.94	9.94	9.95	9.95	9.95	9.95	9.95	9.96	9.96	9.96	9.96	9.96	9.96	9.97	9.97	9.97	9.97	9.97
Telef Brasil	PO	49.40	48.81	48.38	47.88	46.79	46.37	46.02	45.70	46.01	45.93	47.28	47.03	47.37	48.50	48.45	47.53	48.18	47.95	48.60	48.70	48.78	48.60	48.37
	PP	49.23	49.22	49.22	49.21	49.21	49.20	49.20	49.19	49.19	49.19	49.18	49.18	49.17	49.17	49.16	49.16	49.15	49.15	49.15	49.14	49.14	49.13	49.13
Tim Part S/A	PO	8.43	8.20	8.43	8.40	8.21	8.28	8.25	8.11	8.28	8.35	8.47	8.49	8.50	8.53	8.38	8.24	8.35	8.37	8.32	8.28	8.34	8.21	8.35
	PP	8.38	8.38	8.38	8.38	8.38	8.38	8.38	8.38	8.38	8.38	8.38	8.37	8.37	8.37	8.37	8.37	8.37	8.37	8.37	8.37	8.37	8.37	8.37
Usiminas	PO	3.84	3.62	3.96	3.97	3.87	3.68	3.81	3.67	3.79	3.72	3.95	3.88	3.91	3.89	3.84	3.61	3.73	3.43	3.37	3.58	3.44	3.39	3.45
	PP	3.75	3.75	3.75	3.75	3.74	3.74	3.74	3.74	3.74	3.74	3.74	3.74	3.74	3.74	3.73	3.73	3.73	3.73	3.73	3.73	3.73	3.73	3.73
Vale	PO	14.58	14.66	15.48	15.48	15.63	15.74	15.99	15.41	15.76	15.45	15.92	16.11	16.12	15.97	16.17	15.58	15.86	15.31	15.42	15.08	15.44	15.14	14.51
	PP	15.02	15.01	15.01	15.01	15.00	15.00	15.00	15.00	14.99	14.99	14.99	14.98	14.98	14.98	14.97	14.97	14.97	14.96	14.96	14.96	14.96	14.95	14.95

Nota: PO - Preço Observado / PP - Preço Previsto

Fonte: Dados da pesquisa.

De acordo com as informações expostas na Tabela 5 é possível perceber que as previsões se mostraram melhores do que as feitas com modelos ARIMA. As diferenças entre os preços reais e os preços previstos são visivelmente menores do que aquelas obtidas na seção anterior. Essa melhora é percebida nas 20 empresas analisadas.

Mesmo tendo a mesma lógica de crescer ou decrescer dos modelos ARIMA, sem mesclar essas duas possibilidades, o comportamento de crescer ou decrescer das previsões consegue capturar melhor a velocidade com a qual isso precisa ocorrer. Em outras palavras, os modelos ARCH-GARCH conseguem captar a volatilidade dos preços de forma mais eficiente do que os modelos ARIMA, afinal foi com essa intenção que esses modelos foram criados, modelar a parte que um modelo ARIMA não dá conta.

No caso específico das empresas BRF S/A e Gerdau as previsões iniciam com valores muito próximos ao preço observado e com o passar do período de análise essa diferença vai aumentando. Entretanto essa diferença aumenta de forma bastante controlada, não ultrapassando os R\$2,00 nesses dois casos, que são as maiores diferenças apresentadas. Para avaliar com mais precisão essas diferenças entre o preço observado e o preço previsto, efetuou-se o cálculos dos erros quadrático médio, absoluto médio e percentual absoluto médio. A Tabela 6 mostra os resultados obtidos.

Tabela 6 - Erros das Previsões dos Modelos ARCH-GARCH

Empresas	Erro Quadrático Médio	Erro Absoluto Médio	Erro Percentual Absoluto Médio (%)
Bradesco	0.70433	0.57919	2.04257
Brasdepar	0.29487	0.25830	2.38226
Banco do Brasil	6.55136	1.15425	5.43697
Braskem	2.88036	2.61186	13.98483
BRF S/A	1.62599	1.52795	2.77750
CCR S/A	1.01760	0.91280	4.85543
CEMIG	0.34053	0.29479	3.24008
CIA Hering	0.72647	0.65693	3.53561
Gerdau	1.49797	1.30777	16.90223
Itausa	0.29001	0.26519	3.17036
Itaunibanco	1.85000	1.71512	5.05887
Klabin	0.09744	0.08493	3.20928
Lojas Americanas	0.49312	0.37537	1.95902
Petrobras	0.60923	0.50746	4.25561
Sid Nacional	1.30396	1.00002	9.07251
Suzano Papel	0.25421	0.17810	1.79022
Telef Brasil	1.84759	1.51216	3.07449
Tim Part S/A	0.11255	0.09064	1.08221
Usiminas	0.18824	0.16004	4.28403
Vale	0.70676	0.63745	4.25421

Fonte: Dados da pesquisa.

A Tabela 6 evidencia que para análise do erro quadrático médio tem-se a empresa Klabin como destaque positivo, apresentando o menor valor para essa modalidade de erro, sendo R\$0.0974 em média por ação. outro lado, com erro quadrático médio de R\$ 6.5514 por ação, encontra-se a empresa Banco do Brasil, sendo esta a empresa com maior valor de erro nesta modalidade.

Por conta da dificuldade já mencionada em comparar os erros quadráticos médios, calculou-se também os erros percentuais absolutos médios, com vistas a homogeneizar a escala de comparação. A empresa que apresentou o menor erro percentual absoluto médio foi a Tim Part S/A, com 1.08%. Já o destaque negativo na análise desse tipo de erro foi a empresa Gerdau, com maior valor deste erro, sendo 16.90%.

É importante ressaltar que cada modelo tem sua forma particular de mensurar as previsões, e o que funciona bem para um caso, pode não ser o mais adequado para outro. O exemplo dessa constatação é que as empresas destaques positivos e negativos na análise dos modelos ARIMA não são as mesmas da análise dos modelos ARCH-GARCH. Salienta-se que os resultados obtidos com os modelos ARCH-GARCH foram melhores do que aqueles

obtidos com os modelos ARIMA, visto que 70% das empresas apresentaram erro percentual absoluto médio acima de 3%.

Nesse sentido, é possível concluir que para a amostra de empresas pesquisadas neste trabalho, os modelos ARCH-GRCH se mostraram mais eficientes para prever o preço das ações em relação aos modelos ARIMA. Este resultado já era esperado, visto que a literatura propõe o modelo ARCH-GARCH como uma alternativa ao modelo ARIMA para séries temporaria heterogêneas.

4.4 RESULTADOS DOS MODELOS UTILIZANDO REDE DE ELMAN

O Quadro 8 apresenta alguns parâmetros utilizados na previsão realizada utilizando redes de camada recorrente, ou redes de Elman. Esses são os parâmetros necessários para utilizar o código do Matlab (Apêndice A) que calcula a rede.

Quadro 8 - Parâmetros utilizados na Rede de Elman

Parâmetros da rede		
Número total de observações	3104	
Observações utilizadas no treinamento da rede	2404	77.45%
Observações utilizadas na validação da rede	700	22.55%
Número máximo de iterações (épocas)	100	
Número mínimo de iterações (épocas)	15	
Número de neurônios na camada escondida	19	
Coefficiente de aprendizagem (α)	0.025	
Padronização dos dados	Entre -1 e 1	

Fonte: Dados da pesquisa

O número total de observações refere-se a quantidade de dados que são inseridos para fazer o treinamento e a validação da rede, no caso dessa pesquisa foram utilizadas 3104 observações. Não foram utilizadas as 3115 observações usadas nos dois modelos anteriores, pois o número total precisava ser múltiplo de 23 que é a quantidade de dados de saída. Dessas 3104 observações, 2404 foram utilizadas no treinamento da rede e 700 na validação da mesma, sendo 77.45% e 22.55% respectivamente.

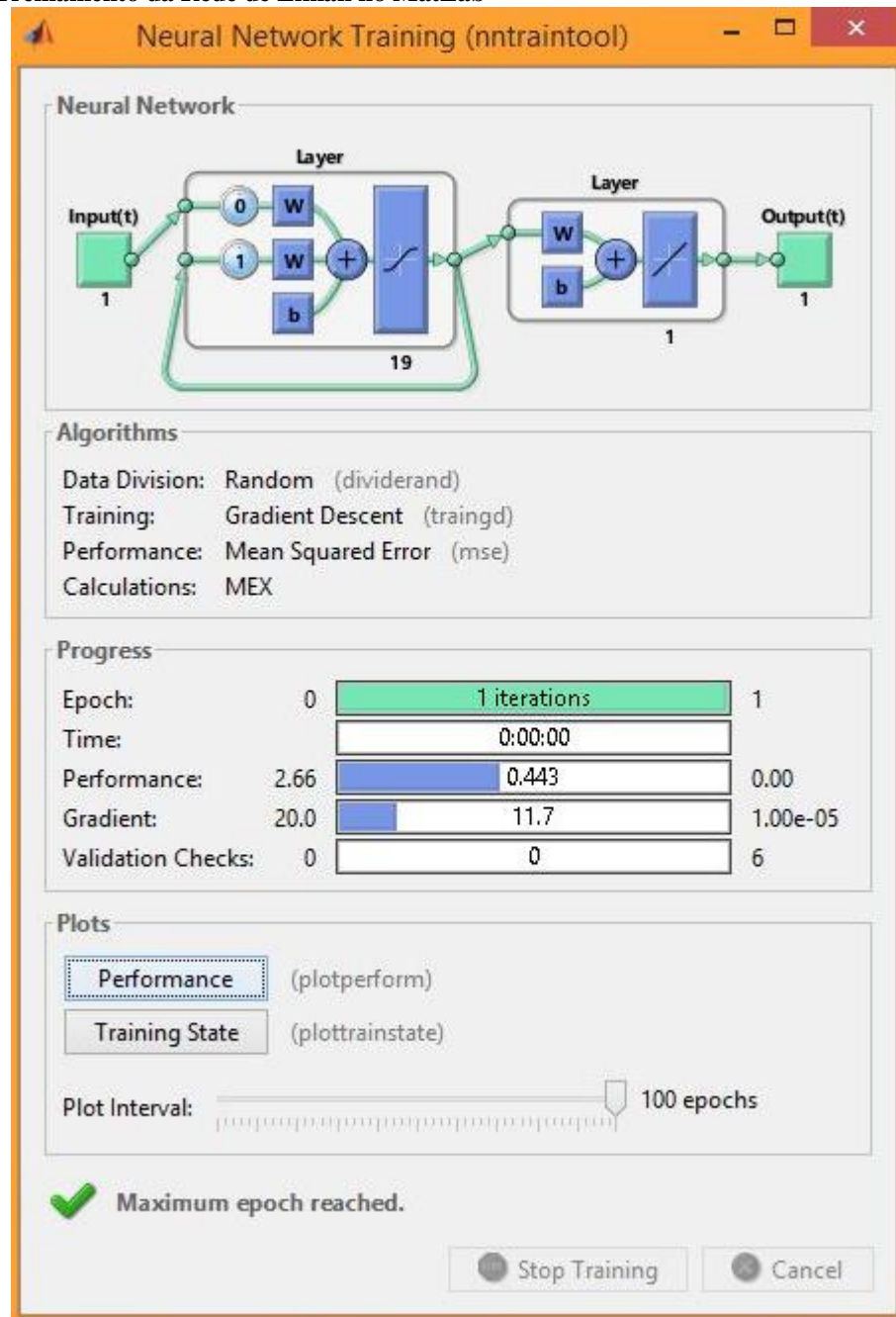
Na sequência é necessário determinar o número máximo e mínimo de iterações que a rede irá rodar, no caso do presente estudo determinou-se que a rede faria no máximo 100 épocas e no mínimo 15. A rede de Elman tem camada escondida, então é imprescindível a determinação da quantidade de neurônios nessa camada oculta, nesse caso 19. Na sequência o

pesquisador determina qual será o valor de α , coeficiente de aprendizagem, neste trabalho foi escolhido 0.025. E, por fim, definiu-se que a padronização dos valores de entrada da rede seria entre -1 e 1.

Vale ressaltar que todos esses parâmetros da rede precisam ser testados e analisados antes de serem determinados. Não existe forma determinística de escolher ou calcular esses valores, é um trabalho de ajustamento mesmo, no qual cada valor é testado um determinado número de vezes e depois escolhem-se os melhores resultados. Por exemplo, o número de neurônios na camada escondida, 19, foi escolhido depois de se testarem outros valores, e este apresentar os melhores resultados. É importante considerar, que a literatura determina alguns intervalos em que esses parâmetros podem ser ajustados.

A Figura 15 foi extraída do MatLab enquanto os cálculos da empresa Banco do Brasil eram realizados.

Figura 15 - Treinamento da Rede de Elman no MatLab



Fonte: Dados da pesquisa.

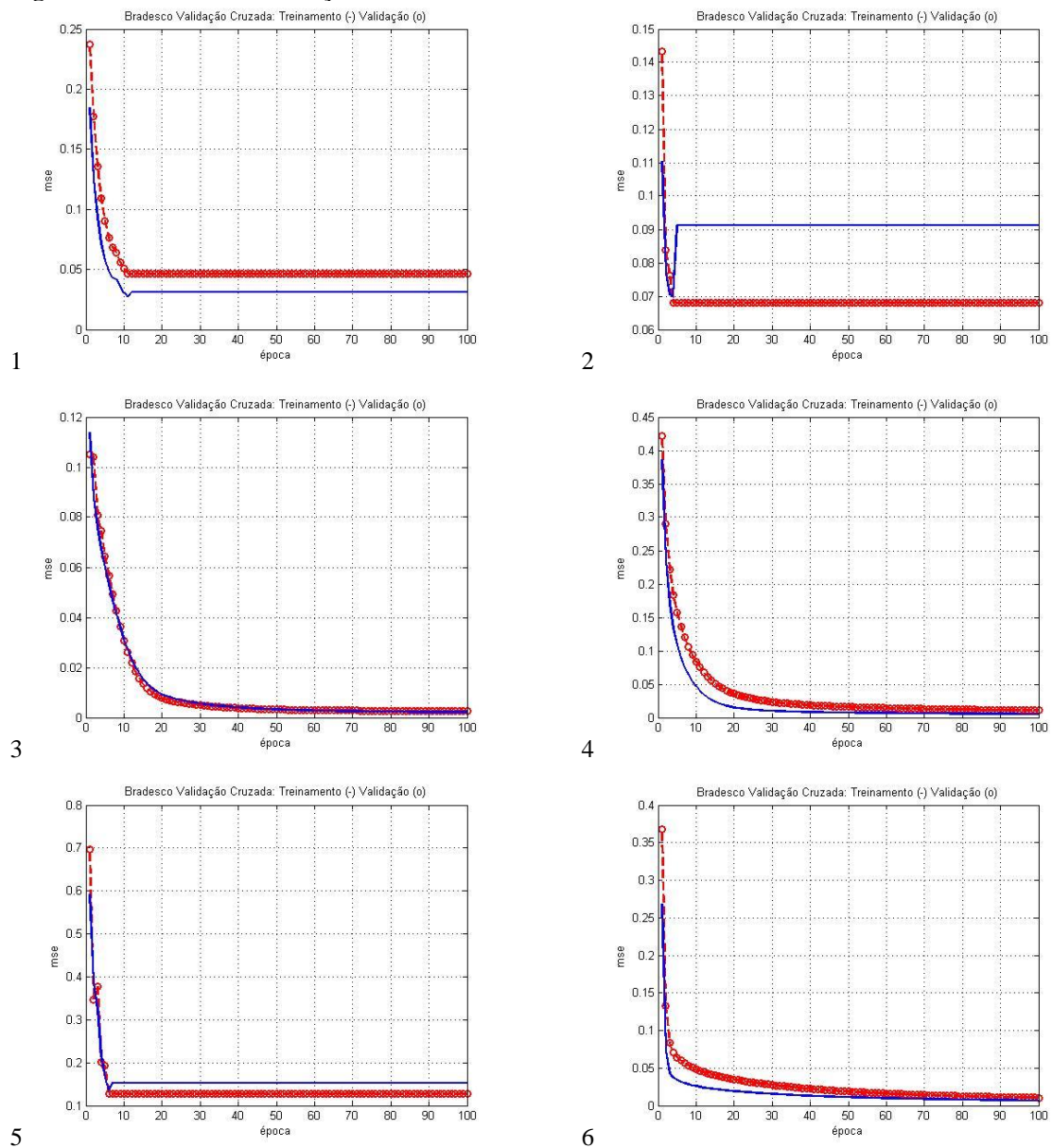
A Figura 15 resume os parâmetros da rede descritos no Quadro 8, bem como o esquema de uma rede neural de camada recorrente. É possível observar que tem-se a entrada dos dados (*input*), na sequência a camada escondida com 19 neurônios, tem-se a descrição do processo de recorrência, a volta da transformação dos dados e o resultado desejado (*output*). Na sequência é possível verificar as especificações mais técnicas da rede.

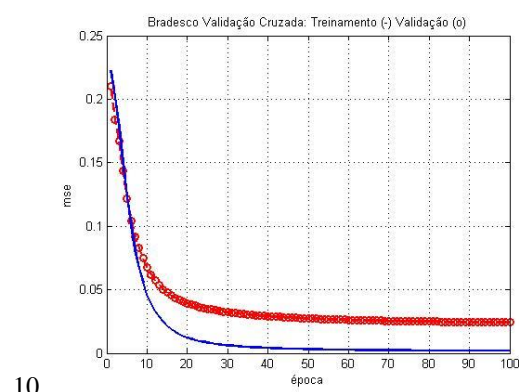
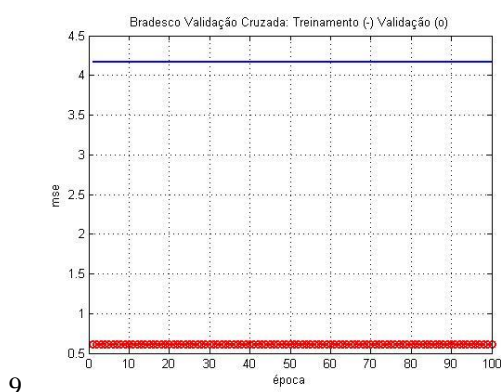
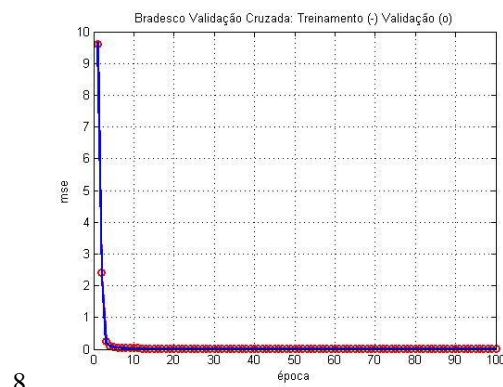
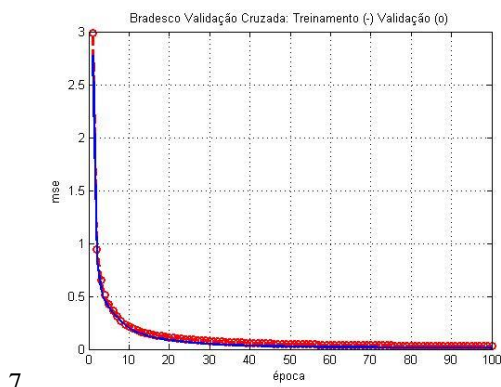
Para cada uma das 20 empresas analisadas estabeleceu-se que o número máximo e mínimo de iterações seria 100 e 15, respectivamente. Além disso, para cada empresa foi

rodada 10 vezes a rede, com o objetivo de verificar a oscilação do comportamento das previsões. A escolha de qual desses 10 resultados seria utilizado na análise foi realizada com base nos gráficos de validação cruzada.

A ideia da validação cruzada é evitar o ajuste excessivo nos pesos da rede, que sem essa condição pode perder a capacidade de generalização. A Figura 16 mostra os gráficos de validação cruzada da empresa Bradesco nas 10 vezes em que a rede a previsão por rede de Elman foi rodada.

Figura 16 - Gráfico de validação cruzada





Fonte: MatLab

A Figura 16 apresenta os gráficos de validação cruzada, como forma de auxílio na tomada de decisão de qual rodada escolher para fazer as previsões. Para que o gráfico seja escolhido é necessário que a linha vermelha esteja próxima da linha azul. Sendo assim, descartam-se os gráficos 1, 2, 5, 9 e 10. Na sequência, deve-se verificar a curva de queda das linhas azuis e vermelhas, que deve ser uma queda suave e não repentina. Dessa forma, pode-se eliminar os gráficos 6, 7 e 8.

O último passo é verificar qual a proximidade das linhas vermelhas e azuis, é importante que as linhas estejam o mais próximas possíveis. Na verdade, o ideal é que essas duas linhas comecem um pouco afastadas e terminem o mais próximas possíveis, pois essa aproximação gradual representa a taxa de aprendizado, ou seja, a rede conseguiu aprender durante o treinamento e a aprendizagem renderá boas previsões. De acordo com essa perspectiva, o gráfico que fará as previsões de forma mais adequada é o da rodada 3, e este foi o escolhido. Para as demais empresas foi feita a mesma análise dos gráficos de validação cruzado para optar por um dos 10 resultados obtidos com a rede.

Escolhidos os modelos de rede de Elman a serem utilizados, foram realizadas as previsões para cada uma das empresas analisadas. Os resultados obtidos com essas previsões encontram-se na Tabela 7.

Tabela 7 - Previsões dos Modelos usando Rede de Elman

Empresas		Data: agosto de 2016																						
		1	2	3	4	5	8	9	10	11	12	15	16	17	18	19	22	23	24	25	26	29	30	31
Bradesco	PO	28.40	28.04	28.68	28.99	29.17	28.89	28.73	28.32	29.16	29.20	29.63	29.18	29.51	29.60	29.43	28.63	28.35	28.12	28.32	28.64	29.18	29.30	28.80
	PP	26.79	26.02	25.69	25.42	25.04	24.84	24.61	24.40	24.24	24.08	23.94	23.81	23.69	23.59	23.49	23.40	23.32	23.25	23.18	23.11	23.05	23.00	22.94
Brasdepar	PO	10.57	10.51	10.98	10.97	11.04	10.95	10.98	10.52	10.86	10.53	11.05	11.22	11.33	11.19	11.32	10.90	10.99	10.61	10.52	10.41	10.77	10.66	10.30
	PP	11.11	10.91	11.18	11.08	11.13	11.18	11.18	11.19	11.23	11.22	11.25	11.26	11.26	11.27	11.28	11.29	11.30	11.30	11.30	11.31	11.31	11.31	11.32
Banco do Brasil	PO	20.69	20.2	20.53	21.07	21.22	21.18	21.4	20.88	22.06	22.67	23.18	22.68	22.76	22.8	23.2	22.35	22.58	22.37	22.45	22.9	23.82	23.74	23.04
	PP	21.25	21.06	21.19	21.31	21.37	21.52	21.62	21.77	21.88	22.03	22.16	22.30	22.44	22.58	22.72	22.86	23.01	23.15	23.30	23.45	23.59	23.74	23.88
Braskem	PO	19.15	18.51	18.34	20.31	20.91	20.85	20.62	20.58	21.14	20.49	22.20	21.53	21.68	21.61	22.01	21.55	22.41	22.29	21.74	21.55	21.98	23.22	23.93
	PP	18.89	18.92	18.95	19.03	19.11	19.15	19.21	19.30	19.36	19.42	19.50	19.58	19.65	19.72	19.80	19.88	19.96	20.04	20.13	20.21	20.29	20.38	20.47
BRF S/A	PO	53.23	52.54	52.06	52.29	52.49	53.34	53.64	52.69	52.97	53.87	54.63	54.88	53.99	54.00	53.80	53.18	53.54	53.82	53.90	53.80	53.95	53.92	53.86
	PP	52.81	53.21	51.41	51.62	51.05	50.64	50.71	50.27	50.13	50.07	49.78	49.76	49.62	49.49	49.46	49.34	49.28	49.24	49.16	49.13	49.09	49.04	49.02
CCR S/A	PO	18.76	18.41	18.90	19.09	19.15	18.38	18.05	17.54	18.01	17.64	17.52	17.65	17.80	18.02	17.95	17.42	17.58	17.80	17.66	17.51	17.56	17.50	17.03
	PP	18.14	18.26	18.02	17.85	17.99	17.87	17.66	17.73	17.70	17.50	17.50	17.52	17.36	17.30	17.33	17.22	17.13	17.15	17.09	17.00	16.99	16.96	16.88
CEMIG	PO	9.05	8.85	9.25	9.67	9.38	9.53	9.37	9.33	9.66	9.60	9.80	9.57	9.38	9.26	9.40	9.01	9.04	8.82	8.86	8.82	9.00	8.93	8.81
	PP	9.43	9.52	9.60	9.67	9.73	9.79	9.83	9.87	9.91	9.94	9.97	9.99	10.02	10.04	10.05	10.07	10.08	10.09	10.10	10.11	10.12	10.13	10.14
CIA Hering	PO	19.17	19.14	19.23	19.66	19.65	19.20	19.10	19.20	19.25	19.14	18.86	18.31	18.44	18.47	18.10	17.77	17.43	17.26	17.73	17.85	18.00	18.25	18.02
	PP	19.15	19.49	20.16	20.86	21.52	22.10	22.68	23.36	24.01	24.65	25.23	25.82	26.40	26.96	27.48	27.98	28.45	28.89	29.31	29.70	30.06	30.40	30.71
Gerdau	PO	7.92	7.60	7.85	8.26	8.57	8.16	8.35	8.61	9.05	9.06	9.71	9.59	9.92	10.38	10.29	9.67	9.73	9.12	9.14	9.21	9.30	9.21	9.09
	PP	9.08	9.37	9.71	9.87	9.98	10.14	10.29	10.36	10.43	10.52	10.58	10.62	10.67	10.72	10.75	10.78	10.81	10.83	10.85	10.87	10.89	10.90	10.91
Itaúsa	PO	8.26	8.31	8.64	8.66	8.63	8.57	8.58	8.47	8.69	8.71	8.78	8.68	8.82	8.86	8.79	8.55	8.55	8.54	8.51	8.58	8.72	8.73	8.54
	PP	8.37	8.38	8.44	8.43	8.44	8.50	8.52	8.53	8.59	8.63	8.65	8.72	8.79	8.83	8.90	9.00	9.08	9.18	9.32	9.45	9.61	9.81	10.04
Itaúunibanco	PO	33.43	33.86	35.25	35.45	35.23	35.00	35.10	34.78	35.67	35.94	36.32	36.17	36.65	36.58	36.35	35.64	35.58	35.42	35.31	35.74	36.40	36.60	35.73
	PP	31.17	28.44	30.30	28.13	29.77	27.98	29.39	27.91	29.10	27.89	28.88	27.89	28.70	27.90	28.57	27.92	28.46	27.93	28.38	27.95	28.31	27.97	28.25
Klabin	PO	2.55	2.44	2.49	2.48	2.44	2.53	2.54	2.54	2.58	2.56	2.58	2.62	2.59	2.61	2.60	2.59	2.60	2.61	2.63	2.59	2.61	2.62	2.60
	PP	2.42	2.33	2.25	2.20	2.15	2.12	2.10	2.09	2.08	2.08	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.06	2.06	2.06
Lojas Americanas	PO	19.35	19.02	19.17	19.40	19.36	18.85	18.90	18.49	19.20	20.09	20.39	19.99	19.66	18.89	19.10	18.30	18.74	19.10	18.86	19.03	19.63	19.58	18.98
	PP	17.47	16.30	16.82	15.41	15.58	14.91	14.76	14.45	14.27	14.05	13.98	13.80	13.69	13.65	13.48	13.46	13.38	13.29	13.23	13.21	13.05	13.07	12.99

Petrobras	PO	11.26	11.36	11.90	12.01	11.66	11.91	11.88	11.60	12.10	12.00	12.31	12.50	12.77	12.89	12.83	12.36	12.67	12.42	12.53	12.55	12.87	13.09	12.82
	PP	12.11	12.1	12.24	12.3	12.39	12.43	12.46	12.48	12.53	12.56	12.58	12.59	12.61	12.63	12.65	12.65	12.66	12.67	12.68	12.69	12.69	12.7	12.7
Sid Nacional	PO	10.68	10.05	10.62	10.89	11.02	10.74	10.94	10.50	10.99	10.79	11.16	10.54	10.34	10.18	10.10	9.26	9.39	8.73	8.83	8.80	9.06	8.77	8.68
	PP	10.75	10.65	10.54	10.45	10.37	10.30	10.23	10.17	10.11	10.06	10.02	9.98	9.94	9.91	9.88	9.86	9.83	9.81	9.80	9.78	9.77	9.76	9.74
Suzano Papel	PO	10.25	9.89	9.95	9.49	9.18	9.67	9.54	9.69	9.99	9.99	10.09	9.99	9.92	9.88	9.79	9.55	9.99	10.00	9.90	9.88	9.87	10.10	10.16
	PP	9.81	9.74	9.69	9.62	9.60	9.56	9.53	9.52	9.50	9.50	9.49	9.48	9.48	9.48	9.47	9.47	9.47	9.47	9.47	9.47	9.47	9.47	9.47
Telef Brasil	PO	49.40	48.81	48.38	47.88	46.79	46.37	46.02	45.70	46.01	45.93	47.28	47.03	47.37	48.50	48.45	47.53	48.18	47.95	48.60	48.70	48.78	48.60	48.37
	PP	48.88	48.69	48.61	48.57	48.49	48.42	48.38	48.33	48.29	48.26	48.24	48.21	48.19	48.18	48.16	48.15	48.14	48.13	48.12	48.11	48.11	48.10	48.10
Tim Part S/A	PO	8.43	8.20	8.43	8.40	8.21	8.28	8.25	8.11	8.28	8.35	8.47	8.49	8.50	8.53	8.38	8.24	8.35	8.37	8.32	8.28	8.34	8.21	8.35
	PP	8.17	8.15	8.13	8.12	8.10	8.08	8.07	8.06	8.05	8.04	8.03	8.02	8.02	8.01	8.01	8.00	8.00	8.00	7.99	7.99	7.99	7.99	7.99
Usiminas	PO	3.84	3.62	3.96	3.97	3.87	3.68	3.81	3.67	3.79	3.72	3.95	3.88	3.91	3.89	3.84	3.61	3.73	3.43	3.37	3.58	3.44	3.39	3.45
	PP	6.58	8.42	7.25	9.05	8.21	9.07	8.94	9.28	9.23	9.56	9.45	9.69	9.68	9.78	9.83	9.89	9.91	9.98	9.99	10.03	10.05	10.07	10.09
Vale	PO	14.58	14.66	15.48	15.48	15.63	15.74	15.99	15.41	15.76	15.45	15.92	16.11	16.12	15.97	16.17	15.58	15.86	15.31	15.42	15.08	15.44	15.14	14.51
	PP	15.14	15.18	15.29	15.32	15.30	15.34	15.39	15.39	15.39	15.42	15.44	15.44	15.44	15.46	15.46	15.46	15.47	15.47	15.48	15.48	15.48	15.48	15.48

Nota: PO - Preço Observado / PP - Preço Previsto

Fonte: Dados da pesquisa.

Na análise da Tabela 7 é possível perceber que a tendência de crescer ou decrescer que existia nos modelos ARIMA e ARCH-GARCH não existe mais de forma única. Na previsão feita por meio da rede neural os preços crescem e decrescem de forma simultânea. A rede neural tem inicialização aleatória, o que faz com que algumas previsões sejam bastante próximas dos preços reais e no caso de outras empresas nem tanto.

No caso das empresas BRF S/A e Usiminas é fácil verificar que as previsões realizadas sobre o preço das ações não foi acurada, visto que desde o período inicial até o final a diferença entre o preço observado e o preço previsto é bastante acentuada. No caso de empresas como Bradesco e a Petrobras, percebe-se que essas diferenças são menores e, portanto, as previsões são mais aproximadas dos preços observados.

Na maioria das empresas a rede de Elman apresentou um desempenho satisfatório na previsão dos preços das ações das empresas. Com o intuito de tornar essa comparação mais eficiente calculou-se os erros quadrático médio, absoluto médio e percentual absoluto médio de para cada uma das empresas, os resultados são apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 – Erros das Previsões dos Modelos usando Rede de Elman

Empresas	Erro Quadrático Médio	Erro Absoluto Médio	Erro Percentual Absoluto Médio (%)
Bradesco	4.91723	4.75569	19.94880
Brasdepar	0.49386	0.39966	3.55453
Banco do Brasil	0.56692	0.49474	2.21667
Braskem	1.87739	1.72508	8.73761
BRF S/A	3.75723	3.40800	6.86558
CCR S/A	0.57538	0.48487	2.76640
CEMIG	0.80095	0.68832	6.88199
CIA Hering	8.09618	6.87790	25.05613
Gerdau	1.46964	1.39701	13.47240
Itausa	0.53991	0.35940	3.84656
Itaunibanco	7.14354	7.00135	24.64569
Klabin	0.46837	0.44819	21.45974
Lojas Americanas	5.12361	4.94806	35.60249
Petrobras	0.44019	0.36509	2.93575
Sid Nacional	0.69885	0.62416	6.25031
Suzano Papel	0.41753	0.37433	3.93426
Telef Brasil	1.25101	0.94964	1.96539
Tim Part S/A	0.31950	0.29474	3.67010
Usiminas	5.68329	5.59282	59.53083
Vale	0.45483	0.37967	2.46585

Fonte: Dados da pesquisa.

De acordo com a Tabela 8, ao analisar o erro quadrático médio destaca-se de forma positiva a empresa Tim Part S/A que apresentou o menor valor para esse erro, sendo R\$ 0.3195. Como contraponto apresenta-se a empresa Cia Hering, que evidenciou o pior erro quadrático médio de R\$8.0962.

Como já descrito anteriormente, com o erro quadrático médio não é possível comparar empresas diferentes por conta da diferença de escala entre os preços. Sendo assim, optou-se por calcular o erro percentual absoluto médio para padronizar a escala e permitir comparações. Ao analisar o erro percentual destaca-se a empresa Telef Brasil de forma positiva, com o menor valor de erro percentual, sendo 1.97%. Por outro lado, como destaque negativo tem-se a empresa Usiminas com mais de 59% de erro.

Verifica-se que a previsão do preço da ação das empresas realizada por meio da rede de Elman apresenta desempenho satisfatório, dado que 75% das empresas apresentam erro percentual absoluto médio superior a 3%. Portanto, é possível afirmar que a previsão por rede neural de camada recorrente empata com a previsão feita pelo modelo ARCH-GARCH e ambas são melhores que as previsões feitas pelo modelo ARIMA.

4.5 RESULTADOS DO MODELO DE DADOS EM PAINEL

A Tabela 9 apresenta os resultados obtidos com a realização dos testes de verificação do tipo de painel que melhor se adequa aos dados, se painel de efeitos fixos ou de efeitos aleatórios.

Tabela 9 - Testes do Painel

Testes	Estatística	p-value
Efeitos Fixos - OLS	1.47938	0.2270160
Efeitos Aleatórios (Teste de Breusch-Pagan)	0.766466	0.3813130
Efeitos Fixos (Teste de Hausman)	23.564	0.0000012

Fonte: Dados da pesquisa.

O primeiro teste serve para verificar se os coeficientes do modelo de painel podem ser estimados pelo método dos mínimos quadrados. Para esse teste o *p-value* não foi significativo, de forma a rejeitar essa hipótese, ou seja, não é possível determinar os coeficientes do modelo pelo método OLS.. Portanto, a princípio não devemos usar o painel de efeitos fixos.

Na sequência testa-se o painel de efeitos aleatórios, fazendo o teste de Breusch-Pagan. Nesse caso o *p-value* também não foi significativo, ou seja, também rejeita-se a hipótese de que o painel é de efeitos aleatórios. Na sequência se faz outro teste, chamado de Hausman para voltar a testar o painel de efeitos fixos. Esse último teste se mostrou significativo, em outras palavras adota-se o painel de efeitos fixos que não será estimado por meio de mínimos quadrados.

A Tabela 10 apresenta os resultados obtidos para a estimação do modelo de dados em painel com efeitos fixos.

Tabela 10 - Painel de Efeitos Fixos

Variável dependente Preço de Ação			
	Coefficiente	Desvio-padrão	<i>p-value</i>
Constante	0.0235042	0.00439717	<0.0001***
Preço Ação (t-1)	0.998494	0.000226	<0.0001***
Estatísticas do Painel			
Mean dependent var	17.51795	-	-
Sum squared resid	14092.24	-	-
LSDV R-squared	0.998665	-	-
LSDV F(20, 62076)	2322015	-	-
Log-likelihood	-42064.62	-	-
Schwarz criterion	84361	-	-
Akaike criterion	84171.23	-	-
Hannan-Quinn	84230.08	-	-
rho	0.024277	-	-
S.D. dependent var	13.03869	-	-
S.E. of regression	0.476462	-	-
Within R-squared	0.99683	-	-
P-value(F)	0	-	-
Durbin-Watson	1.950205	-	-

Fonte: Dados da pesquisa

De acordo com a tabela 10, percebe-se que tanto a constante como a variável usada como independente (preço de ação no período anterior) foram significativas para o modelo, apresentando *p-value* < 0.0001 em ambos os casos. O equivalente ao coeficiente de determinação de uma regressão, o LSDV R-squared foi de 0.9987, em outras palavras pode-se dizer que o modelo utilizado explica 99.87% da variável dependente, que nesse caso é preço de ação.

A Tabela 11 apresenta as previsões calculadas a partir do modelo de dados em painel com efeitos fixos descrito anteriormente.

Tabela 11 - Previsões do Modelo de Dados em Painel

Empresas		Data: agosto de 2016																						
		1	2	3	4	5	8	9	10	11	12	15	16	17	18	19	22	23	24	25	26	29	30	31
Bradesco	PO	28.40	28.04	28.68	28.99	29.17	28.89	28.73	28.32	29.16	29.20	29.63	29.18	29.51	29.60	29.43	28.63	28.35	28.12	28.32	28.64	29.18	29.30	28.80
	PP	28.40	28.38	28.02	28.66	28.97	29.15	28.87	28.71	28.30	29.14	29.18	29.61	29.16	29.49	29.58	29.41	28.61	28.33	28.10	28.30	28.62	29.16	29.28
Brasdepar	PO	10.57	10.51	10.98	10.97	11.04	10.95	10.98	10.52	10.86	10.53	11.05	11.22	11.33	11.19	11.32	10.90	10.99	10.61	10.52	10.41	10.77	10.66	10.30
	PP	10.83	10.58	10.52	10.99	10.98	11.05	10.96	10.99	10.53	10.87	10.54	11.06	11.23	11.34	11.20	11.33	10.91	11.00	10.62	10.53	10.42	10.78	10.67
Banco do Brasil	PO	20.69	20.2	20.53	21.07	21.22	21.18	21.4	20.88	22.06	22.67	23.18	22.68	22.76	22.8	23.2	22.35	22.58	22.37	22.45	22.9	23.82	23.74	23.04
	PP	21.04	20.68	20.19	20.52	21.06	21.21	21.17	21.39	20.87	22.05	22.66	23.17	22.67	22.75	22.79	23.19	22.34	22.57	22.36	22.44	22.89	23.81	23.73
Braskem	PO	19.15	18.51	18.34	20.31	20.91	20.85	20.62	20.58	21.14	20.49	22.20	21.53	21.68	21.61	22.01	21.55	22.41	22.29	21.74	21.55	21.98	23.22	23.93
	PP	18.65	19.14	18.51	18.34	20.30	20.90	20.84	20.61	20.57	21.13	20.48	22.19	21.52	21.67	21.60	22.00	21.54	22.40	22.28	21.73	21.54	21.97	23.21
BRF S/A	PO	53.23	52.54	52.06	52.29	52.49	53.34	53.64	52.69	52.97	53.87	54.63	54.88	53.99	54.00	53.80	53.18	53.54	53.82	53.90	53.80	53.95	53.92	53.86
	PP	54.24	53.17	52.48	52.01	52.23	52.43	53.28	53.58	52.63	52.91	53.81	54.57	54.82	53.93	53.94	53.74	53.12	53.48	53.76	53.84	53.74	53.89	53.86
CCR S/A	PO	18.76	18.41	18.90	19.09	19.15	18.38	18.05	17.54	18.01	17.64	17.52	17.65	17.80	18.02	17.95	17.42	17.58	17.80	17.66	17.51	17.56	17.50	17.03
	PP	18.73	18.76	18.41	18.90	19.08	19.14	18.38	18.05	17.54	18.01	17.64	17.52	17.65	17.80	18.02	17.95	17.42	17.58	17.80	17.66	17.51	17.56	17.50
CEMIG	PO	9.05	8.85	9.25	9.67	9.38	9.53	9.37	9.33	9.66	9.60	9.80	9.57	9.38	9.26	9.40	9.01	9.04	8.82	8.86	8.82	9.00	8.93	8.81
	PP	9.10	9.06	8.86	9.26	9.68	9.39	9.54	9.38	9.34	9.67	9.61	9.81	9.58	9.39	9.27	9.41	9.02	9.05	8.83	8.87	8.83	9.01	8.94
CIA Hering	PO	19.17	19.14	19.23	19.66	19.65	19.20	19.10	19.20	19.25	19.14	18.86	18.31	18.44	18.47	18.10	17.77	17.43	17.26	17.73	17.85	18.00	18.25	18.02
	PP	18.53	19.16	19.13	19.22	19.65	19.64	19.19	19.09	19.19	19.24	19.13	18.86	18.31	18.44	18.47	18.10	17.77	17.43	17.26	17.73	17.85	18.00	18.25
Gerdau	PO	7.92	7.60	7.85	8.26	8.57	8.16	8.35	8.61	9.05	9.06	9.71	9.59	9.92	10.38	10.29	9.67	9.73	9.12	9.14	9.21	9.30	9.21	9.09
	PP	7.76	7.93	7.61	7.86	8.27	8.58	8.17	8.36	8.62	9.06	9.07	9.72	9.60	9.93	10.39	10.30	9.68	9.74	9.13	9.15	9.22	9.31	9.22
Itaúsa	PO	8.26	8.31	8.64	8.66	8.63	8.57	8.58	8.47	8.69	8.71	8.78	8.68	8.82	8.86	8.79	8.55	8.55	8.54	8.51	8.58	8.72	8.73	8.54
	PP	8.38	8.27	8.32	8.65	8.67	8.64	8.58	8.59	8.48	8.70	8.72	8.79	8.69	8.83	8.87	8.80	8.56	8.56	8.55	8.52	8.59	8.73	8.74
Itaúunibanco	PO	33.43	33.86	35.25	35.45	35.23	35.00	35.10	34.78	35.67	35.94	36.32	36.17	36.65	36.58	36.35	35.64	35.58	35.42	35.31	35.74	36.40	36.60	35.73
	PP	33.81	33.40	33.83	35.22	35.42	35.20	34.97	35.07	34.75	35.64	35.91	36.29	36.14	36.62	36.55	36.32	35.61	35.55	35.39	35.28	35.71	36.37	36.57
Klabin	PO	2.55	2.44	2.49	2.48	2.44	2.53	2.54	2.54	2.58	2.56	2.58	2.62	2.59	2.61	2.60	2.59	2.60	2.61	2.63	2.59	2.61	2.62	2.60
	PP	2.65	2.57	2.46	2.51	2.50	2.46	2.55	2.56	2.56	2.60	2.58	2.60	2.64	2.61	2.63	2.62	2.61	2.62	2.63	2.65	2.61	2.63	2.64
Lojas Americanas	PO	19.35	19.02	19.17	19.40	19.36	18.85	18.90	18.49	19.20	20.09	20.39	19.99	19.66	18.89	19.10	18.30	18.74	19.10	18.86	19.03	19.63	19.58	18.98
	PP	19.19	19.34	19.01	19.16	19.39	19.35	18.85	18.90	18.49	19.19	20.08	20.38	19.98	19.65	18.89	19.09	18.30	18.74	19.09	18.86	19.02	19.62	19.57

Petrobras	PO	11.26	11.36	11.90	12.01	11.66	11.91	11.88	11.60	12.10	12.00	12.31	12.50	12.77	12.89	12.83	12.36	12.67	12.42	12.53	12.55	12.87	13.09	12.82
	PP	11.9	11.27	11.37	11.91	12.02	11.67	11.92	11.89	11.61	12.11	12.01	12.31	12.5	12.77	12.89	12.83	12.36	12.67	12.42	12.53	12.55	12.87	13.09
Sid Nacional	PO	10.68	10.05	10.62	10.89	11.02	10.74	10.94	10.50	10.99	10.79	11.16	10.54	10.34	10.18	10.10	9.26	9.39	8.73	8.83	8.80	9.06	8.77	8.68
	PP	11.10	10.69	10.06	10.63	10.90	11.03	10.75	10.95	10.51	11.00	10.80	11.17	10.55	10.35	10.19	10.11	9.27	9.40	8.74	8.84	8.81	9.07	8.78
Suzano Papel	PO	10.25	9.89	9.95	9.49	9.18	9.67	9.54	9.69	9.99	9.99	10.09	9.99	9.92	9.88	9.79	9.55	9.99	10.00	9.90	9.88	9.87	10.10	10.16
	PP	9.94	10.26	9.90	9.96	9.50	9.19	9.68	9.55	9.70	10.00	10.00	10.10	10.00	9.93	9.89	9.80	9.56	10.00	10.01	9.91	9.89	9.88	10.11
Telef Brasil	PO	49.40	48.81	48.38	47.88	46.79	46.37	46.02	45.70	46.01	45.93	47.28	47.03	47.37	48.50	48.45	47.53	48.18	47.95	48.60	48.70	48.78	48.60	48.37
	PP	49.18	49.35	48.76	48.33	47.83	46.74	46.32	45.97	45.65	45.96	45.88	47.23	46.98	47.32	48.45	48.40	47.48	48.13	47.90	48.55	48.65	48.73	48.55
Tim Part S/A	PO	8.43	8.20	8.43	8.40	8.21	8.28	8.25	8.11	8.28	8.35	8.47	8.49	8.50	8.53	8.38	8.24	8.35	8.37	8.32	8.28	8.34	8.21	8.35
	PP	8.39	8.44	8.21	8.44	8.41	8.22	8.29	8.26	8.12	8.29	8.36	8.48	8.50	8.51	8.54	8.39	8.25	8.36	8.38	8.33	8.29	8.35	8.22
Usiminas	PO	3.84	3.62	3.96	3.97	3.87	3.68	3.81	3.67	3.79	3.72	3.95	3.88	3.91	3.89	3.84	3.61	3.73	3.43	3.37	3.58	3.44	3.39	3.45
	PP	3.77	3.86	3.64	3.98	3.99	3.89	3.70	3.83	3.69	3.81	3.74	3.97	3.90	3.93	3.91	3.86	3.63	3.75	3.45	3.39	3.60	3.46	3.41
Vale	PO	14.58	14.66	15.48	15.48	15.63	15.74	15.99	15.41	15.76	15.45	15.92	16.11	16.12	15.97	16.17	15.58	15.86	15.31	15.42	15.08	15.44	15.14	14.51
	PP	15.02	14.58	14.66	15.48	15.48	15.63	15.74	15.99	15.41	15.76	15.45	15.92	16.11	16.12	15.97	16.17	15.58	15.86	15.31	15.42	15.08	15.44	15.14

Nota: PO - Preço Observado / PP - Preço Previsto

Fonte: Dados da pesquisa.

A Tabela 11 apresenta os resultados das previsões do preço das ações utilizando o modelo de dados em painel. Assim como aconteceu na previsão feita por redes neurais de camada recorrente, a previsão de painel não é mais apenas crescente ou decrescente, agora as previsões são mescladas conforme a necessidade. Aqui tem destaque a tese da pesquisa, todos os modelos anteriores foram determinados individualmente, para cada uma das empresas, ao passo que, o modelo de dados em painel foi determinado para todas as empresas simultaneamente. Então, enquanto que para os modelos ARIMA e ARCH-GARCH foram estimados 20 modelos individualmente para o ARIMA e mais 20 modelos individuais para o ARCH-GARCH, que na previsão por rede de Elman foram calculados 200 modelos, 10 para cada uma das 20 empresas, na análise de dados em painel foi estimado um único modelo para as 20 empresas.

Ao analisar os preços de ação previstos e compará-los com os preços observados, verifica-se que os valores estão muito próximos, tornando essa diferença quase nula. Essa é uma tendência verificada em todas as empresas analisadas. Evidente que algumas diferenças são maiores e outras menores, mas todas são pequenas se comparadas aos modelos utilizados anteriormente.

Para uma análise melhor dessas diferenças procedeu-se ao cálculo dos erros quadrático médio, absoluto médio e percentual absoluto médio. Os resultados encontrados estão expostos na Tabela 12.

Tabela 12 - Erros das Previsões do Modelos de Dados em Paineis

Empresas	Erro Quadrático Médio	Erro Absoluto Médio	Erro Percentual Absoluto Médio (%)
Bradesco	0.39940	0.33551	1.16529
Brasdepar	0.27282	0.22263	2.06002
Banco do Brasil	0.50900	0.41444	1.88361
Braskem	0.74855	0.56382	2.73356
BRF S/A	0.53851	0.43294	0.81030
CCR S/A	0.32564	0.26243	1.44934
CEMIG	0.21364	0.17849	1.92116
CIA Hering	0.29461	0.23566	1.27604
Gerdau	0.32668	0.26175	2.93003
Itausa	0.12302	0.08958	1.04267
Itaunibanco	0.50831	0.38832	1.10318
Klabin	0.04638	0.03334	1.29329
Lojas Americanas	0.45179	0.37985	1.97858
Petrobras	0.29943	0.25135	2.06977
Sid Nacional	0.39186	0.32557	3.16769
Suzano Papel	0.23421	0.17886	1.83318
Telef Brasil	0.57431	0.44235	0.93191
Tim Part S/A	0.11833	0.09555	1.14698
Usiminas	0.15931	0.13247	3.55408
Vale	0.37957	0.31594	2.04276

Fonte: Dados da pesquisa.

Conforme a Tabela 12, ao analisar o erro quadrático médio apresenta-se a empresa Klabin como aquela que apresentou o menor valor, R\$ 0.0464 por ação. O destaque negativo na análise deste tipo de erro seria a empresa Braskem, com R\$ 0.7485 por ação de erro, mas não pode-se dizer que com um valor tão pequeno de erro essa empresa seja um destaque negativo. Portanto apenas aponta-se a empresa que apresenta o menor e o maior valor para esse tipo de erro.

Como já explicado diversas vezes anteriormente, calculou-se o erro percentual absoluto médio para homogeneizar a escala de comparação e garantir a qualidade da mesma. Sendo assim, a empresa BRF S/A foi aquela que apresentou o menor erro percentual, 0.81%,. Ao passo que a empresa Usiminas foi a que apresentou o maior erro nessa categoria, sendo 3.55%.

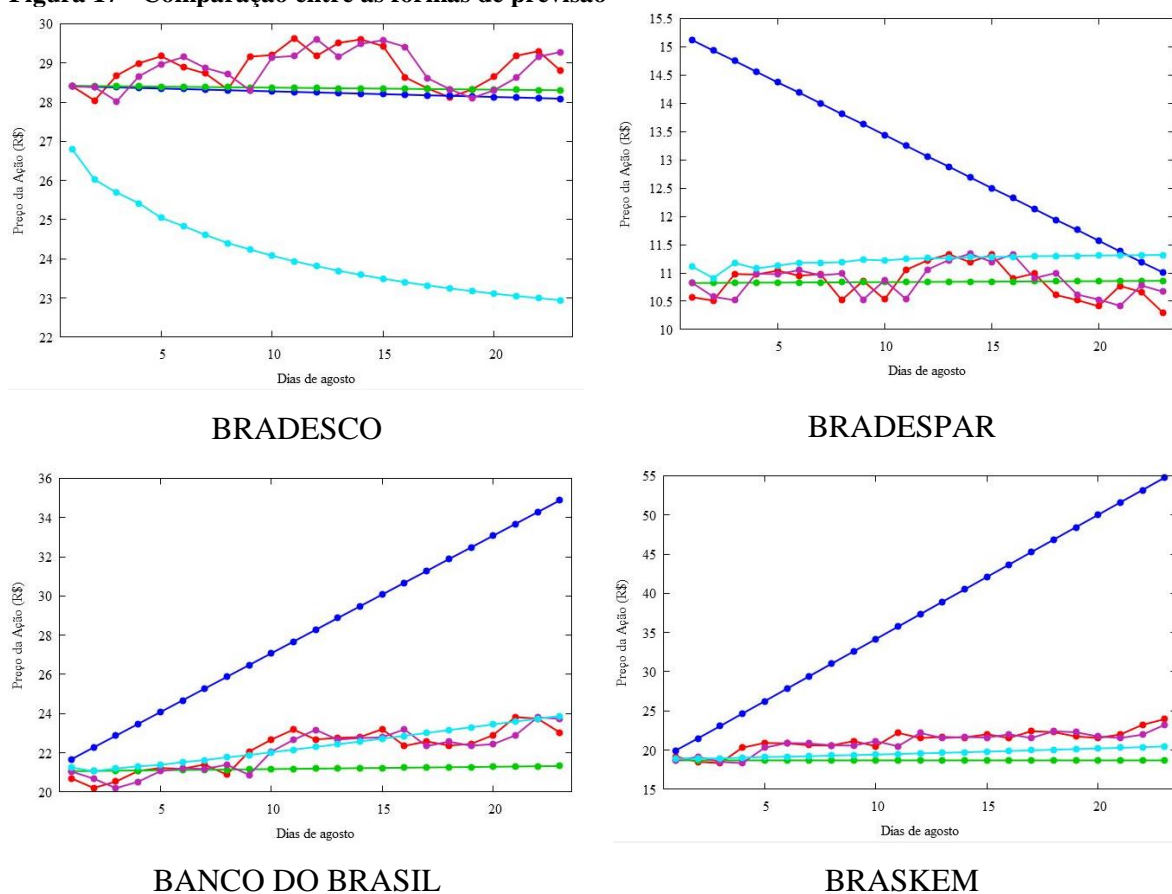
É fácil perceber que, quando comparado com modelos ARIMA e ARCH-GARCH, assim como com a previsão feita por meio da rede neural de camada recorrente, o modelo de previsão que utiliza dados em painel se mostra mais satisfatório. Os preços previstos por meio

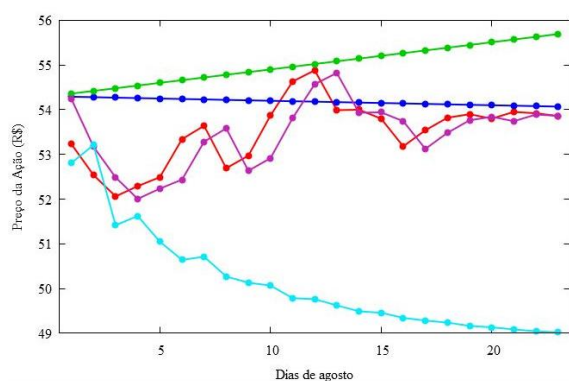
dos dados em painel são aparentemente mais próximos dos preços observados, visto que 90% das empresas apresentam erro percentual absoluto médio inferior a 3%.

4.6 COMPARAÇÃO DOS ERROS

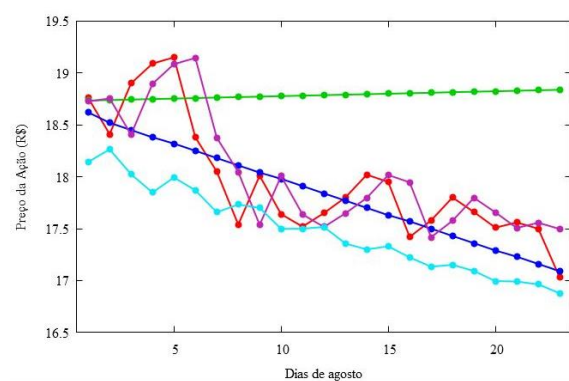
A Figura 17 apresenta uma comparação entre os modelos utilizados na previsão de cada uma das empresas. Os gráficos apresentam 5 linhas de cores diferentes, sendo uma correspondente ao modelo ARIMA, uma segunda correspondente ao modelo ARCH-GARCH, a terceira referente a previsão que utilizou rede de Elman, na quarta representa-se a previsão do modelo de dados em painel, e por fim tem-se a linha que representa os preços observados.

Figura 17 - Comparação entre as formas de previsão

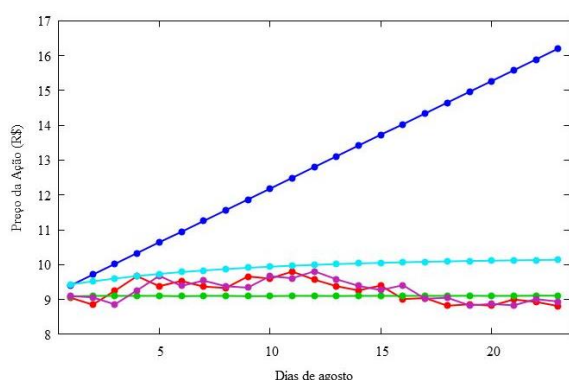




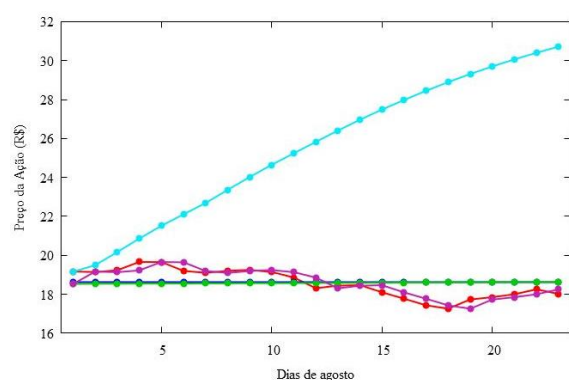
BRF S/A



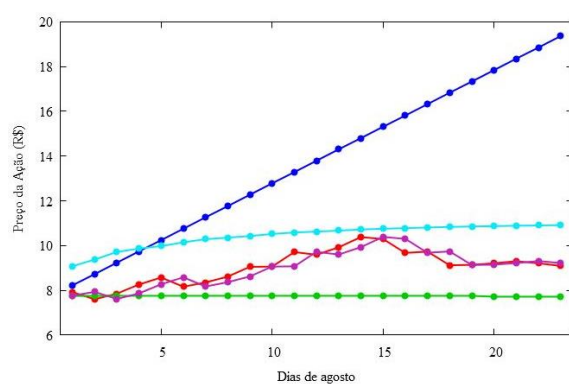
CCR S/A



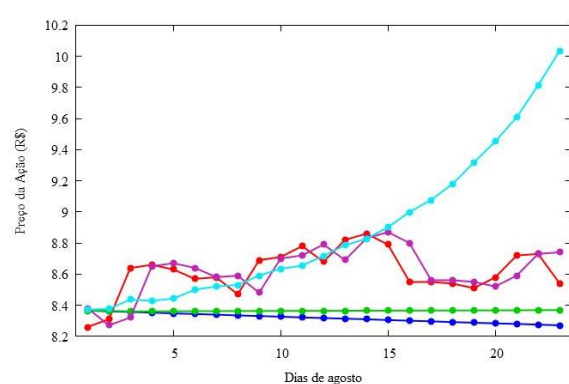
CEMIG



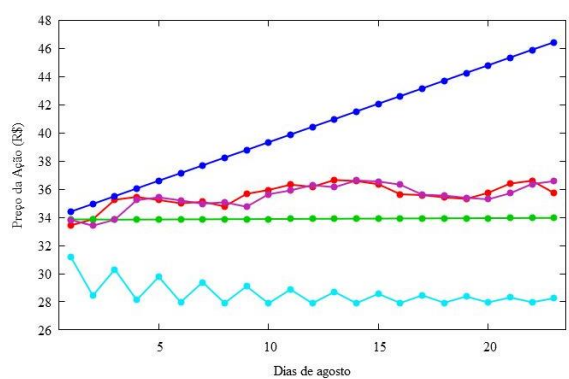
CIA HERING



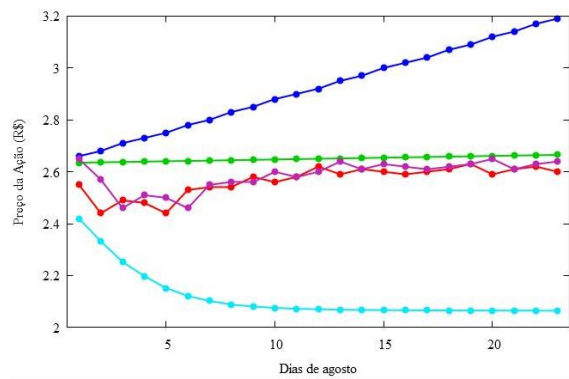
GERDAU



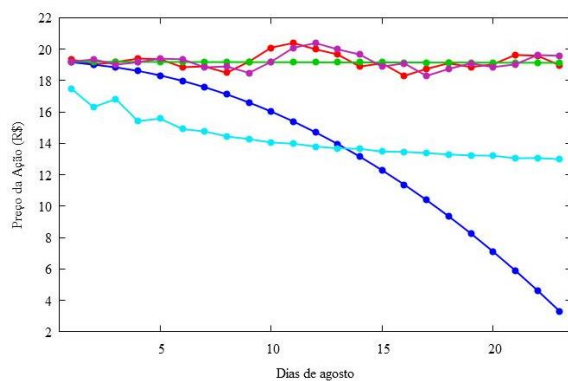
ITAUSA



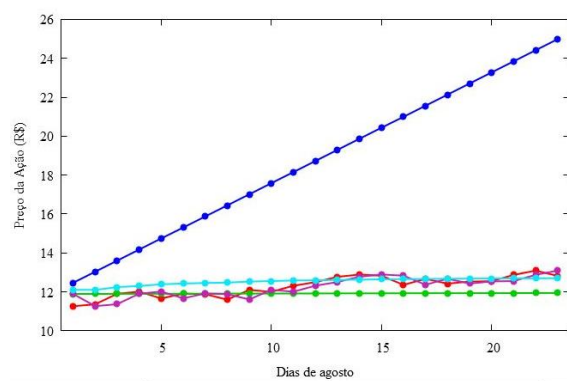
ITAUNIBANCO



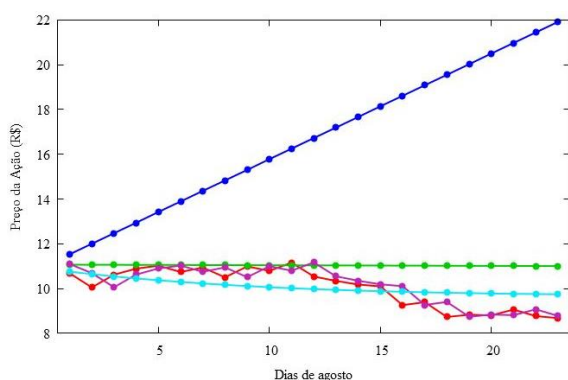
KLabin



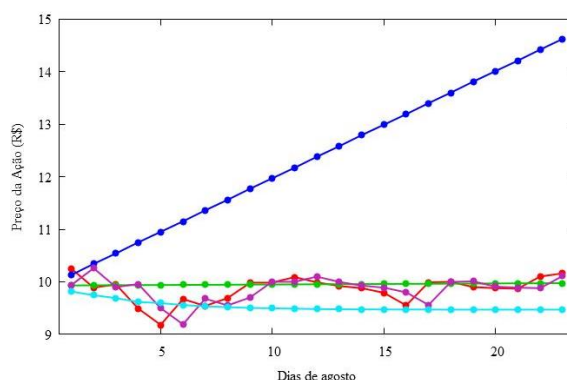
LOJAS AMERICANAS



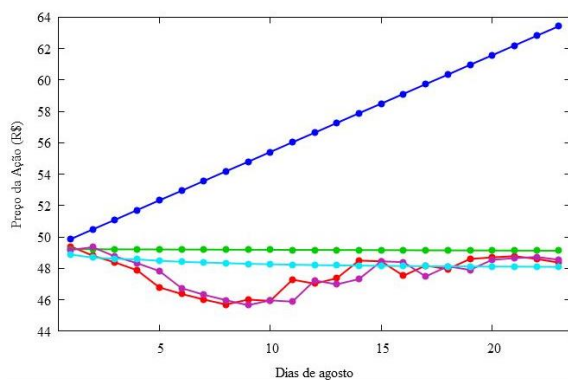
PETROBRAS



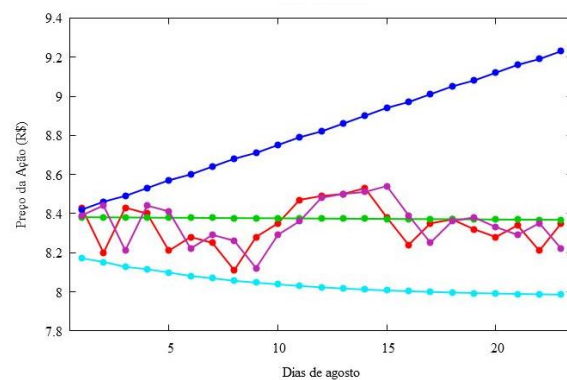
SID NACIONAL



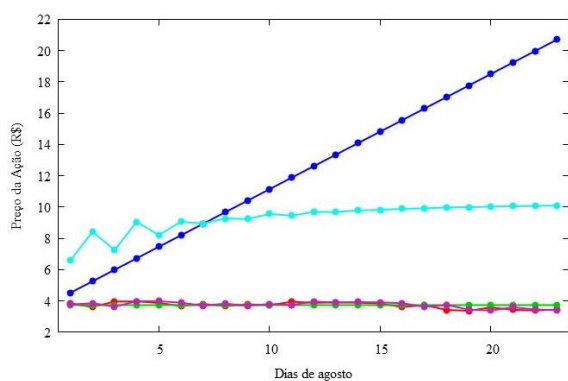
SUZANO PAPEL



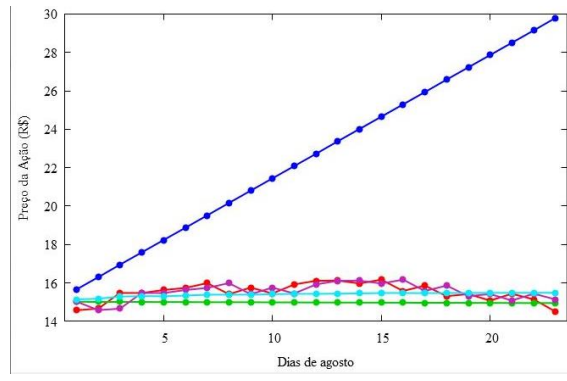
TELEF BRASIL



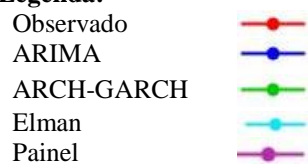
TIM PART S/A



USIMINAS



VALE

Legenda:

Fonte: Dados da pesquisa.

Observa-se pela Figura 17 que as previsões dos modelos ARIMA são sempre as mais deslocadas. No que diz respeito as previsões feitas pelos modelos ARCH-GARCH são geralmente satisfatórias, para a maioria das empresas analisadas. As previsões feitas por meio da rede de Elman são variáveis, para algumas empresas são previsões boas e para outras nem tanto. Por fim, quando as previsões feitas por dados em painel é analisada, percebe-se que para todas as empresas as previsões são boas.

A Tabela 13 resume todos os erros calculados e já apresentados anteriormente, com a finalidade de facilitar a comparação.

Tabela 13 - Comparação dos erros

Empresas	ARIMA			ARCH-GARCH			ELMAN			PAINEL		
	MQE	EAM	EPAM (%)	MQE	EAM	EPAM (%)	MQE	EAM	EPAM (%)	MQE	EAM	EPAM (%)
Bradesco	0.80129	0.66935	2.37103	0.70433	0.57919	2.04257	4.91723	4.75569	19.94880	0.3993999	0.33551	1.16529
Brasdepar	2.54018	2.03261	16.36760	0.29487	0.25830	2.38226	0.49386	0.39966	3.55453	0.27282	0.22263	2.06002
Banco do Brasil	6.860615	6.10609	20.46391	6.55136	1.15425	5.43697	0.56692	0.49474	2.21667	0.50900	0.41444	1.88361
Braskem	18.62350	16.08391	38.87741	2.88036	2.61186	13.98483	1.87739	1.72508	8.73761	0.74855	0.56382	2.73356
BRF S/A	1.01310	0.78391	1.44573	1.62599	1.52795	2.77750	3.75723	3.40800	6.86558	0.53851	0.43294	0.81030
CCR S/A	0.35069	0.28435	1.58812	1.01760	0.91280	4.85543	0.57538	0.48487	2.76640	0.32564	0.26243	1.44934
CEMIG	4.19934	3.56435	25.74556	0.34053	0.29479	3.24008	0.80095	0.68832	6.88199	0.21364	0.17849	1.92116
CIA Hering	0.70727	0.63739	3.42416	0.72647	0.65693	3.53561	8.09618	6.87790	25.05613	0.29461	0.23566	1.27604
Gerdau	5.57272	4.75435	31.29618	1.49797	1.30777	16.90223	1.46964	1.39701	13.47240	0.32668	0.26175	2.93003
Itausa	0.33630	0.31148	3.74674	0.29001	0.26519	3.17036	0.53991	0.35940	3.84656	0.12302	0.08958	1.04267
Itauunibanco	5.80000	4.85174	11.40396	1.85000	1.71512	5.05887	7.14354	7.00135	24.64569	0.50831	0.38832	1.10318
Klabin	0.37832	0.35870	12.08740	0.09744	0.08493	3.20928	0.46837	0.44819	21.45974	0.04638	0.03334	1.29329
Lojas Americanas	7.57223	5.78213	80.52771	0.49312	0.37537	1.95902	5.12361	4.94806	35.60249	0.45179	0.37985	1.97858
Petrobras	7.25764	6.44522	32.09103	0.60923	0.50746	4.25561	0.44019	0.36509	2.93575	0.29943	0.25135	2.06977
Sid Nacional	7.72144	6.67391	36.87363	1.30396	1.00002	9.07251	0.69885	0.62416	6.25031	0.39186	0.32557	3.16769
Suzano Papel	2.83433	2.52913	19.53897	0.25421	0.17810	1.79022	0.41753	0.37433	3.93426	0.23421	0.17886	1.83318
Telef Brasil	9.77525	8.96304	15.41677	1.84759	1.51216	3.07449	1.25101	0.94964	1.96539	0.57431	0.44235	0.93191
Tim Part S/A	0.55383	0.48783	5.45685	0.11255	0.09064	1.08221	0.31950	0.29474	3.67010	0.11833	0.09555	1.14698
Usiminas	10.20921	8.89509	63.93470	0.18824	0.16004	4.28403	5.68329	5.59282	59.53083	0.15931	0.13247	3.55408
Vale	8.39079	7.21043	29.22452	0.70676	0.63745	4.25421	0.45483	0.37967	2.46585	0.37957	0.31594	2.04276

Fonte: Dados da pesquisa.

Observando a Tabela 13 percebe-se que os erros foram diminuindo conforme foram sendo trocados os modelos de previsão. O primeiro modelo que foi utilizado para fazer a previsão dos preços das ações foram os modelos ARIMA, e os erros, tanto quadrático médio, absoluto médio e percentual absoluto médio, foram bastante altos. Esse resultado já era esperado, visto que a literatura já descreveu que modelos ARIMA não são eficientes na previsão de séries financeiras (PAI, LIN, 2005; FIGUEIREDO, 2008; SCARPIN 2012).

Na sequência escolheu-se o modelo ARCH-GARCH para verificar se havia alguma melhora nas previsões, ou seja se os erros diminuiriam. O resultado encontrado é bastante satisfatório, demonstrando que para séries financeiras os modelos heterocedásticos são mais eficientes. Esse resultado era esperado, visto que Furriel (2011) e Sing, Tripathi (2016) realizaram trabalhos que comprovaram empiricamente essa constatação. Afinal, para isso que os modelos ARCH-GARCH foram desenvolvidos, dar conta de modelar a volatilidade que o ARIMA não consegue (FURRIEL, 2011).

Logo em seguida, optou-se por efetuar as previsões utilizando redes neurais. Existem diversos tipos de redes neurais e vários deles já foram utilizados para previsão de séries temporais financeiras ou não. O trabalho de Abbasi e Abouec (2008) buscou utilizar rede neural com informações da lógica *fuzzy* para fazer previsões e obteve bons resultados. Ferreira et al (2011) optaram por utilizar a rede *Perception* na previsão de séries financeiras e encontraram resultados satisfatórios. Zuo e Kita (2012) utilizaram rede Bayesiana para previsão e também obtiveram resultados considerados satisfatórios. Em 2014 Franco e Steiner realizaram uma pesquisa que testava diversos tipos de rede para a previsão de séries financeiras, e segundo os autores os resultados indicam que a rede de Elman foi a que apresentou resultados mais satisfatórios, por isso nesse trabalho escolheu-se essa rede. Os resultados encontrados nesse trabalho para previsões realizadas com rede neurais de camadas recorrentes, apontam bons resultados, praticamente equivalentes àqueles obtidos com os modelos ARCH-GARCH.

Por fim decidiu-se escolher um modelo multivariado para fazer a previsão de uma carteira teórica de ações e compará-los aos modelos univariados citados acima. Essa decisão foi tomada com base na teoria de Markovitz que justamente prevê a diversificação do mercado acionário. Sharpe (1963) buscou modelar essa diversificação proposta por Markovitz e encontrou resultados satisfatórios. Com base nesse dois trabalhos, utilizou-se um modelo multivariado para fazer a previsão do preço da ação de 20 empresas simultaneamente, e os resultados se mostraram promissores. De forma geral, os erros encontrados são menores para os dados em painel na maioria das vez e em poucos casos os erros empatam com os dos

modelos ARCH-GARCH. Portanto os resultados encontrados, em sua maioria, estão de acordo com o previsto na literatura.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo geral avaliar qual o melhor modelo de previsão do preço das ações da carteira teórica composta pelas empresas integrantes do IBrX-50, análise de séries temporais, modelos ARCH-GARCH, redes neurais de camada recorrente ou análise de dados em painel.

Para tanto utilizou-se 20 empresas que compõem o índice IBrX-50 e que estavam listadas na BM&FBovespa desde ao menos 2004 e até 2016. A variável analisada é o preço de diário de fechamento da ação, e o período analisado é 02/01/2004 até 31/08/2016, sendo o mês de agosto de 2016 utilizado para previsão. E a tese do trabalho, está justamente em admitir que uma previsão realizada de forma multivariada seria mais precisa do que as formas univariadas tradicionais de fazer isso. Esta tese tem por base a Teoria de Markovitz (1952) que defende a diversificação das carteiras de ações.

Com o intuito de atingir o objetivo geral foram criados cinco objetivos específicos. O primeiro objetivo específico era prever o valor do preço da ação de cada empresa que compõe o índice IBrX-50 por meio de análise de séries temporais. Como resultado para esse objetivo, destaca-se que a maioria das empresas apresentaram erros quadrático médio e percentual absoluto médio bastante elevados, não caracterizando uma previsão satisfatória. Esse resultado já era esperado, visto que a literatura descreve que a análise clássica de séries temporais não modelo de forma eficiente séries financeiras.

Na sequência, construiu-se o segundo objetivo específico, prever o valor do preço da ação de cada empresa que compõe o índice IBrX-50 por meio dos modelos ARCH-GARCH. Esse objetivo foi criado com o intuito de melhorar os resultados encontrados no objetivo anterior, já que a literatura prevê que séries financeiras devem ser tratadas com modelos heterocedásticos por conta da volatilidade presente neste tipo de série. De fato, os resultados encontrados foram bastante satisfatórios, visto que os erros quadrático médio e percentual absoluto médio diminuíram bastante em relação ao primeiro modelo usado.

O terceiro objetivo específico consistia em prever o valor do preço da ação de cada empresa que compõe o índice IBrX-50 por meio de redes neurais de camada recorrente. Optou-se por este tipo de rede neural pois a literatura descreve resultados positivos na previsão de séries financeiras com utilização de rede de Elman. Os resultados encontrados para esse objetivo foram satisfatórios, mas não foram evidenciadas melhoras do segundo para

o terceiro objetivo. Praticamente é possível afirmar que os modelos ARCH-GARCH previram os preços das ações tão satisfatoriamente quanto as redes de Elman.

Já no quarto objetivo específico, a ideia era prever o valor do preço das ações das 50 empresas que compõem o índice IBrX-50 por meio de análise de dados em painel. Os resultados obtidos para esse objetivo são bastante promissores, visto que na maioria das empresas pesquisadas esse modelo apresentou erros inferiores aos modelos anteriores já testados. Em alguns casos pontuais, os erros empataram com as previsões realizadas pelos modelos ARCH-GARCH. O que merece destaque é que em nenhuma empresa pesquisado o modelo de dados em painel perde na análise dos erros para os demais modelos.

Por fim, o quinto objetivo específico era avaliar, por meio do cálculo dos erros quadrático médio, absoluto médio e percentual absoluto médio, qual dos modelos utilizados apresenta a melhor previsão em relação ao cenário real. De forma geral, o modelo que se mostrou mais adequado para a previsão do preço da ação das empresas analisadas foi o modelo de dados em painel, pois apresentou os menores erros para a maioria das empresas estudadas. As previsões feitas pelo modelos ARCH-GARCH e redes de Elman foram satisfatórios para algumas empresas. No entanto, as previsões realizadas por meio dos modelos ARIMA não se mostraram adequadas para este estudo.

Logo, ao fim, é possível confirmar a tese da pesquisa, de que o modelo multivariado é mais adequado para prever o preço das ações da carteira teórica composta pelas empresas integrantes do IBRX-50. Dessa forma, conclui-se que além de ser mais rápido e fácil utilizar um modelo multivariado, que com um único modelo atende as previsões das 20 empresas analisadas simultaneamente, este modelo também foi mais adequado para fazer as previsões, já que apresentou erros menores do que os demais modelos.

Portanto, a diversificação proposta por Markovitz em 1952 e testada de forma empírica nesta pesquisa ficou bastante evidente. Acredita-se que o modelo de dados em painel tenha apresentado o melhor resultado justamente por considerar simultaneamente todas as empresas, de forma a incorporar pequenas oscilações causadas no preço destas ações, oscilações pequenas que individualmente não demonstram significância, mas de forma conjunta resultam em um resultado de previsão melhor.

Sugere-se para trabalhos futuros a ampliação da amostra e a tentativa de prever um número maior de períodos de uma só vez. Ainda é interessante realizar a mesma pesquisa com empresas que compõem carteiras teóricas em bolsas internacionais, diferentes da BM&FBovespa. Por fim, ainda como sugestão para futuras pesquisas, utilizar modelos de

séries temporais multivariados com o intuito de comparar os resultados com aqueles apresentados neste estudo.

REFERÊNCIAS

ABBASI, E.; ABOUEC, A. Stock Price Forecast by Using Neuro-Fuzzy Inference System. *International Journal of Social, Behavioral, Educational, Economic, Business and Industrial Engineering*. v.2, n.10, p. 1114-1117, 2008

ANDRADE, L. C. M. de; SILVA, I. N. da. Redes neurais recorrentes de Elman para previsão de demanda de energia elétrica no curtíssimo prazo. In: Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente, 10., São João Del Rey, 2011, Anais... Minas Gerais: SBAI, 2011.

ANTUNES, M. A.; PROCIANOY, J. L. *Os efeitos das decisões de investimento das empresas sobre os preços de suas ações no mercado de capitais*. Revista de Administração, v. 38, n. 1, p. 5-14, 2002.

BACHELIER, L. The theory of speculation. *Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure*, v. 3, n. 17, p. 21-86, 1900.

BM&FBOVESPA - BOLSA DE VALORES DE SÃO PAULO. Disponível em: <www.bmfbovespa.com.br>. Acesso em 28/01/15.

BOLLERSLEV, T. Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, 307-327, 1986.

BOX, G. E. P.; JENKINS, G.; REINSEL, G. C. *Time Series Analysis*. New Jersey: Prentice Hall, 2008.

BRUNI, A. L. *Risco e equilíbrio: uma análise do modelo de precificação de ativos financeiros na avaliação de ações negociadas na Bovespa (1988-1996)*. 1998. 163 f. Dissertação (mestrado) – Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1998.

CHAVES NETO, A. *Análise de Séries Temporais*. Notas de aula, 2014.

CHOUDHRY, M. *Capital Market Instruments: analysis and valuation*. London: Palgrave Macmillan, 2002.

COPELAND, T.E.; WESTON, J. F. *Financial theory and corporate policy*. 3rd ed. Reading: Addison-Wesley, 1988

DEY, S.; KUMAR, Y.; SAHA, S.; BASAK, S. Forecasting to Classification: Predicting the direction of stock market price using Xtreme Gradient Boosting. *ResearchGate*. Oct, 2016. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/309492895_Forecasting_to_Classification_Predicting_the_direction_of_stock_market_price_using_Xtreme_Gradient_Boosting> DOI:10.13140/RG.2.2.15294.48968

DOWNES, J.; GODMAN, J. E. *Dicionário de termos financeiros e de investimento*. São Paulo: Nobel, 1993.

DUARTE, P. C.; LAMOUNIER, W. M.; COLAUTO, R. D. Modelos econométricos para dados em painel: aspectos teóricos e exemplos de aplicação à pesquisa em contabilidade e finanças. In: LOPES, J.; RIBEIRO FILHO, J. F.; PEDERNEIRAS, M. (eds.), *Educação Contábil: Tópicos de Ensino e Pesquisa*. São Paulo, Atlas, p. 256-274, 2008. Disponível em <http://disciplinas.stoa.usp.br/pluginfile.php/176819/mod_resource/content/1/Artigo%20-%20Modelos%20e%20m%20Painel.pdf>. Acesso em 26/01/15.

EHLERS, R. S. *Análise de Séries Temporais*. Departamento de Estatística, UFPR, 2005. Disponível em <<http://www.icmc.usp.br/~ehlers/stemp/stemp.pdf>>. Acesso em: 15/01/2015.

ELMAN, J. L. Finding structure in time. *Cognitive Science*, 14, p. 179-211, 1990.

ENGLE, R. F. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, v. 50. n. 4, p. 987-1008, jul 1982.

ENGLE, R. F. Risk and Volatility: Econometric Models and Financial Practice *The American Economic Review*, v. 94. n. 3, p. 405-420, jun 2004.

FAMA, E. F. The behavior of stock-market prices. *The Journal of Business*, v. 38, n. 1, p. 34-105, jan. 1965.

FAMA, E. F. The behavior of stock-market prices. *The Journal of Business*, v. 38, n. 1, p. 34-105, jan. 1965.

FAMA, E. F. Efficient capital markets: a review of theory and empirical work. *The Journal of Finance*, v. 25, n. 2, p. 383-417, may 1970.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. The cross-section of expected stock returns. *The Journal of Finance*, v. 47, n. 2, p. 427-465, jun. 1992.

FÁVERO, L. P.; BELFIORE, P.; TAKAMATSU, R.T; SUZART, J. *Métodos quantitativos com Stata®*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2014.

FERREIRA, L.; MOURA, G. L.; BORENSTEIN, D.; FISCHMANN, A. A.; Utilização de Redes Neurais Artificiais como Estratégia de Previsão de Preços no Contexto de Agronegócio. *Revista de Administração e Inovação – RAI*, v.8, n. 4, p. 6-26, out/dez 2011.

FIGUEIREDO, C. J. *Previsão de séries temporais utilizando a metodologia Box & Jenkins e redes neurais para inicialização de planejamento e controle de produção*. 2008. Dissertação (mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia. Universidade Federal do Paraná. Paraná, 2008.

FRANCO, D. G. de B.; STEINER, M. T. A. Estudos comparativos de redes neurais artificiais para previsão de séries temporais financeiras. In: Simpósio de Métodos Numéricos Computacionais, 4., Curitiba, 2014, Anais... Paraná: SMNC, 2014.

FURRIEL, A. M. Q. S. *Modelos Heterocedásticos – ARCH e GARCH*. Dissertação. Faculdade de Economia. Universidade do Porto. Porto, Portugal, 2011.

GARCIA, R. B. *Conhecimento sintático-semântico e processamento de sentenças em rede neural recorrente simples*. 2006. Dissertação (mestrado) – Programa de Pós-Graduação do Departamento de Linguística, Campinas, São Paulo, 2006.

GIL, A. C. *Como elaborar projetos de pesquisa*. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GREENE, W. H. *Econometric analysis*. 6. ed Upper Saddle River: Prentice Hall, 2007.

HAYKIN, S. *Redes Neurais: princípios e prática*. Porto Alegre, RS: Bookman, 2001.

HILL, R. C.; GRIFFITHS, W. E.; JUDGE, G. G. *Econometria*. São Paulo: Saraiva, 1999.

KRITZMAN, M. What Practitioners Need To Know ... About Duration and Convexity. *Financial Analysts Journal*, maio/junho, p. 17- 20, 1992.

LEITE, R. de O. Modelo de Markowitz parametrizado por indicadores de análise técnica. 2014. Dissertação (mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia. Universidade Federal do Paraná. Paraná, 2014.

MAKRIDAKIS, S., WHEELWRIGHT, S. C. & HYNDMAN, R. J. *Forecasting – methods and applications*, 3ª ed., John Wiley, New York, 1998.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. *Journal of Finance*, junho, pp. 77 – 91, 1952.

MARQUES, L. D. *Modelos dinâmicos com dados em painel: revisão da literatura*. Série Working Papers do Centro de Estudos Macroeconômicos e Previsão (CEMPRE) da Faculdade de Economia do Porto, Portugal, nº 100, 2000.

MARTINS, G. de A.; TEÓFILO, C. R. *Metodologia da investigação científica para Ciências Sociais Aplicadas*. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2009.

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. de C. *Análise de Séries Temporais*. São Paulo: Edgard Blücher, 2006.

MORETTIN, P. A.; *Econometria Financeira*. São Paulo: Edgard Blücher, 2008.

PAI, P. F.; LIN, C. S. A hybrid ARIMA and support vector machines model in stock price forecasting. *Omega*. v.33, p. 497-505, 2005.

PELLEGRINI, F. R. Uma metodologia para implantação de sistemas de previsão de demanda. Dissertação (mestrado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Rio Grande do Sul, 2000.

PINHEIRO, Juliano Lima. *Mercado de capitais: fundamentos e técnicas*. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2012.

PIRES, A. P. *Notas de Séries Temporais*. Instituto Superior Técnico. Portugal, 2001. Disponível em <<http://www.math.ist.utl.pt/~apacheco/CML/Notas.pdf>>. Acesso em 15/01/2015

RAUPP, F. M. BEUREN, I. M. *Caracterização da pesquisa em contabilidade*. In. BEUREN, I. M. (Org). Como elaborar trabalhos monográficos em contabilidade: teoria e prática. 2. ed. – São Paulo: Atlas, 2004.

RICHARDSON, R. J. *Pesquisa social: métodos e técnicas*. 2. ed. São Paulo: Atlas, 1989.

ROSS, S. M. *Introduction to probability models*, 5^a ed., Academic Press, San Diego, 1993.

RUSSEL, S. J.; NORVIG, P. *Artificial intelligence: a modern approach*. 3 ed. Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 2010.

SAMUELSON, P. A. Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly. *Industrial Management Review*, v. 6, n. 2, p. 41-49, 1965.

SCARPIN, C. T. *Uma metodologia para a previsão de demanda de produtos utilizando redes neurais artificiais de bases radiais modificadas e uma proposta de logística de reposição*. Tese. Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia. Universidade Federal do Paraná. Paraná. 2012.

SHARPE, W. F. *A simplified model for portfolio analysis*. Management Science, pp. 277-293, 1963.

SHARPE, W. F.; ALEXANDER, G. J.; BAILEY, J. V. *Investments*. 5th ed. New Jersey: Prentice-Hall, Englewood, 1995.

SINGH, S.; TRIPATHI, L.K.; The Impact of Derivatives on Stock Market Volatility: A Study of the Sensex Index. *Journal of Poverty, Investment and Development*. v.25, p.37-44. jun. 2016.

STOCK, J. H.; WATSON, M. W. *Econometria*. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2004.

TSAY, R. S.; *Analysis of Financial Time Series*. New York: John Wiley & Sons, 2002.

WASSERMAN, P. D. *Neural computing: theory and practice*. Van Nostrand Reinhold, New York. 1989.

WEI, W. W. S. *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods*. 2 ed. Pearson, Boston. 2006.

YULE, G. Why do we sometimes get nonsense-correlations between times series? A study in sampling and the nature time series. *SIAM Journal*, n. 2, p. 229–239, 1963.

ZUO, Y.; KITA, E. Stock price forecast using Bayesian network. *Expert Systems with Applications*. v.39, p. 6729–6737, 2012.

APÊNDICE A - CÓDIGO MATLAB PARA REDE DE ELMAN E DADOS DO BANCO DO BRASIL

```
% 14/11/2016%  
% TREINAMENTO de Rede Elman com Matlab DTS ORIGINAIS  
% Conjunto de Dados: Banco_do_Brasil.txt  
clear all; %limpa area de trabalho do MatLab  
% Repetir os cálculos - Fazer 10 simulações para escolher com o menor erro de validação  
for Contador=1:10  
% Carregar arquivo de dados originais - vetor coluna  
load Banco_do_Brasil.txt  
% Guardar dados originais  
DT=Banco_do_Brasil;  
DT=DT'; % Transforma os dados originais em um vetor linha  
DTreal = DT;  
% Parâmetros da rede e demais dados  
% h = tamanho do intervalo de previsão  
% v = dados usados para validação  
% S1 = número de neurônios na camada escondida  
% emax = número máximo de iterações - épocas, limitado pelo "early DToppping"  
% vmax = número mínimo de iterações - épocas  
% alfa = coeficiente de aprendizagem  
  
h = 23;  
v = 700;  
S1 = 19 ;  
emax = 100;  
vmax = 15;  
alfa = 0.025;  
  
% Iniciar a contagem do tempo de processamento  
tic;  
% Padronizar os dados entre -1 e 1  
[Dtpad,PS] = mapminmax(DT);  
DT = Dtpad;  
% Carregar os dados de entrada (inputs) e os dados objetivo (target) para treinamento da rede  
% Pv = matriz de pontos destinados a validação da rede (inputs)  
% Tv = matriz de pontos destinados a validação da rede (targets)  
% Pa = matriz de pontos destinados ao aprendizado da rede (inputs)  
% Ta = matriz de pontos destinados ao aprendizado da rede (targets)  
% TR = registro do treinamento - training record  
  
Pa = DT(1:(end-h-v-1));
```

```

Ta = DT(2:(end-h-v));
Pv = DT(1:(end-h-1));
Tv = DT(2:(end-h));
% Entradas e alvos(objetivos) convertidos em sequências
Paseq = con2seq(Pa);
Taseq = con2seq(Ta);
Pvseq = con2seq(Pv);
Tvseq = con2seq(Tv);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Criar rede de Elman (1-1-1) com 1 camada de entrada, 1 camada oculta de S1
neurônios com função tangente sigmóide (tansig) e 1 camada de saída com função
linear %(purelin)
net = newelm(Pa,Ta,S1);
% Algoritmo de ajuste de pesos com gradiente
net.trainFcn = 'traingd'
% Algoritmo de treinamento - Foi utilizada a configuração padrão do MatLab chamada
"Default"
net.derivFcn = 'defaultderiv';
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Definir taxa de aprendizado para a rede
net.trainParam.lr = alfa ;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Treinar a rede de período em período
net.trainParam.epochs = 1;
epoca = 1;
validfail = 0;
y1(1) = 0;
y2(1) = 0;
while (epoca <= emax) && (validfail < vmax) ;
[net,TR] = train(net,Paseq,Taseq); % treinamento da rede ou aprendizado
% Inibir display da janela de aprendizado
net.trainParam.showWindow = false;
Y = sim(net,Pvseq); % Simulação no intervalo de validação
Z = seq2con(Y); % Conversão do formato sequencial para matriz
errovalid = Tv - Z{1,1}; % Calcula o erro de validação
msev = mse(errovalid); % Erro MSE (Erro Quadrático Médio) de validação
if (epoca > 1) && (msev > msevant),
validfail = validfail + 1 ; % contador de falhas de validação
if (validfail == 1)
DTpesoI = pesoI; % Guarda pesos do early DTopping
DTpesoL = pesoL;
DTpesoB = pesoB;
end
else
validfail = 0; % Zera o contador cada vez que o erro diminui
end
pesoI = net.IW;
pesoL = net.LW;
pesoB = net.b;
msea = TR.perf(2); % Erro MSE de aprendizado guardados em TR
% TR.perf(i) é uma matriz que cresce uma coluna a cada época
% A primeira coluna é o erro inicial e coluna adicional é o erro no final da
época.
% TR.perf(1) = erro inicial e TR.perf(2)=erro no final da época
y1(epoca) = msea; % Comandos sem ';' para exibir variáveis
y2(epoca) = msev;

```

```

epoca = epoca + 1
msea
msev
elapsed_time_parcial = (toc)/60
% Armazenar MSE do intervalo de validação para comparar no próximo período de
treinamento
msevant = msev;
end
% Se ocorreu early DTopping, a rede deve "Retroagir" e recuperar pesos de vmax
épocas atrás.
if (validfail == vmax)
net.IW = DTopesoI;
net.LW = DTopesoL;
net.b = DTopesoB;
else
end
% Desenhar o gráfico de validação cruzada
figure
t=(1:epoca-1) ;
plot(t,y2(t),'r--o',t,y1(t),'b','linewidth',2);
title('Banco_do_Brasil Validação Cruzada: Treinamento (-) Validação (o)');
grid
hold on;
xlabel('época');
ylabel('mse');
%
% Fim do treinamento da rede.
% Não esquecer que a saída da rede, até o momento, é padronizada.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
DT=Banco_do_Brasil;
DT=DT';
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Previsão DINÂMICA para o intervalo de Dados
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Reconstruir DT da mesma forma que na etapa de treinamento
DT = DTpad;
% Primeiro ponto previsto dinamicamente = previsão estática
Pfdin = DT(1:(end-h));
Pfseqdin = con2seq(Pfdin);
Yfdin = sim(net,Pfseqdin);
Zfdin = seq2con(Yfdin);
Sfdin = cell2mat(Zfdin);
%
% Previsão para demais pontos, calculada recorrentemente
for i=2:h+1
Pfdin = [Pfdin Sfdin(end)];
Pfseqdin = con2seq(Pfdin);
Yfdin = sim(net,Pfseqdin);
Zfdin = seq2con(Yfdin);
Sfdin = cell2mat(Zfdin);
end
% Desfazer a transformação mapminmax para obter a estimativa da série (Sfdin) na
unidade da variável original, nesse caso reais (R$).
Sfdin = mapminmax('reverse',Sfdin,PS);
% Plotar no gráfico as séries real e estimada
figure

```

```

% Série original em azul e série prevista (dinâmica) em vermelho
plot(DTreal,'b','linewidth',1.5);
title('Banco_do_Brasil Dados reais (-azul) Previsão DINÂMICA da rede (-vermelho)
');
grid
hold on;
% Guardar os dados do gráfico em uma matriz
SNGraf = [DTreal Sfdin];
plot(Sfdin,'--r','linewidth',1.5);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Cálculo Erro Quadrático Médio
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Real = DTreal(3105:3127);
Previsao = Sfdin(3105:3127);
Subtrair= Real-Previsao;
Quadrado=Subtrair.^2;
Somas=0;
for j=1:23
    Somas=Somas+Quadrado(j);
end
Real
Previsao
Erro_Quadrado=(Somas/23)^(1/2)
for k=1:23
    Resultado(k, Contador) = Previsao(k);
end
ErroQuadratico(Contador)=Erro_Quadrado;
end

```